

Capitolul 1

COMUNICAȚII CU MODULAȚIE LINIARĂ

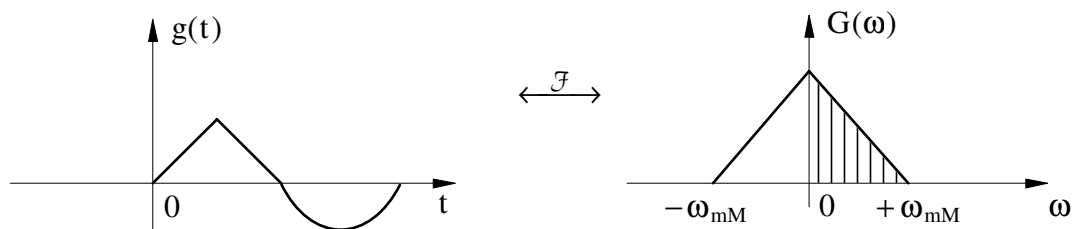
- se vor analiza *principalele caracteristici* ale semnalelor ML;
- se va prezenta: - *tehnica producerii* acestor semnale și
- *tehnica extragerii* informației din semnalul modulat;
- se vor determina *performanțele* de raport S/Z.

1.1 SEMNALE CU ML

De ce se numesc *semnale ML*?

Se notează:

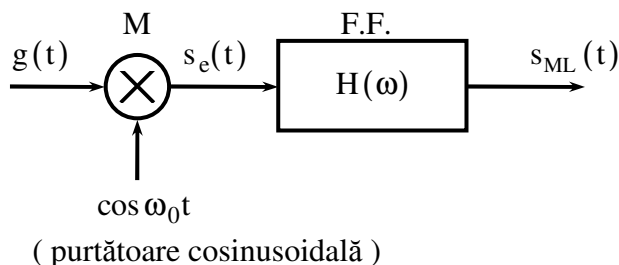
$$g(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} G(\omega), \quad G(\omega) = 0 \quad \text{pentru } |\omega| > \omega_{mM}, \quad \omega_{mM} < \omega_0$$



Reprezentare simbolică a
spectrului în cazul $G(\omega) \in \mathbf{R}$

1) - Forma generală a semnalului ML

Schema generală de producere este:



Conține:

- un multiplicator,
- un filtru de formare cu funcția de transfer $H(\omega)$.

Proprietățile $s_{ML}(t)$ depind de:

- caracteristicile FF și
- de existența componentei medii a lui $g(t)$.

Dacă $h(t)$ este funcția pondere a FF : $h(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega)$, atunci se poate scrie,

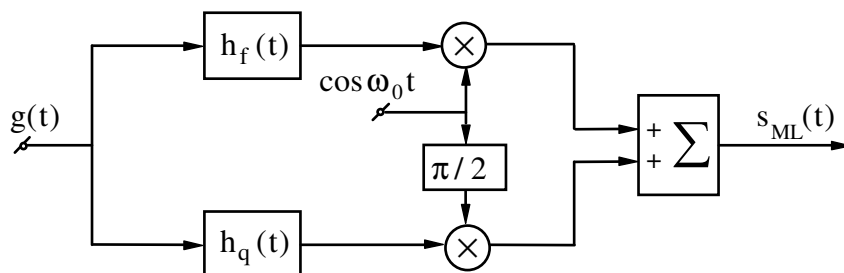
$$s_e(t) = g(t) \cos \omega_0 t$$

$$\begin{aligned} s_{ML}(t) &= h(t) * s_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s_e(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) g(t-\tau) \cos[\omega_0(t-\tau)] d\tau = \\ &= \cos \omega_0 t \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau) \underbrace{h(\tau) \cos \omega_0 \tau}_{h_f(\tau)} d\tau + \sin \omega_0 t \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau) \underbrace{h(\tau) \sin \omega_0 \tau}_{h_q(\tau)} d\tau = \\ &= \underbrace{[g(t) * h_f(t)]}_{\text{componenta în fază}} \cos \omega_0 t + \underbrace{[g(t) * h_q(t)]}_{\text{componenta în cuadratură}} \sin \omega_0 t = \\ &= \underbrace{\sqrt{[g(t) * h_f(t)]^2 + [g(t) * h_q(t)]^2}}_{A(t)} \cos \left[\omega_0 t - \underbrace{\arctg \frac{g(t) * h_q(t)}{g(t) * h_f(t)}}_{\Phi(t)} \right] \\ &\quad \text{amplitudinea - variază în timp (semnalul este MA)} \quad \quad \quad \text{faza - variază în timp (semnalul este MP)} \end{aligned}$$

Deci:

$$s_{ML}(t) \Rightarrow s_{MA+MP}(t)$$

Considerând $h_f(t)$ și $h_q(t)$, rezultă următoarea **schemă echivalentă de producere**:



În domeniul frecvență, $s_{ML}(t)$ are următoarea transformată Fourier,

$$S_{ML}(\omega) = \mathcal{F}\{s_{ML}(t)\} = \frac{1}{2}H(\omega)[G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)]$$

Modulațiile liniare sunt larg răspândite în practică.

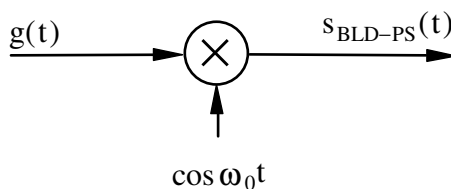
Funcție de FF și de existența componentei medii a lui $g(t)$ se pot obține următoarele forme de modulație ale semnalului $s_{ML}(t)$:

- BLD - PS - **bandă laterală dublă - purtătoare suprimată**, (semnalul “multiplex stereofonic”);
- MA - **bandă laterală dublă cu purtătoare**, cunoscut sub numele de **modulație de amplitudine**;
- BLU - **bandă laterală unică** ;
- RBL - **rest de bandă laterală** (semnalul video în televiziune).

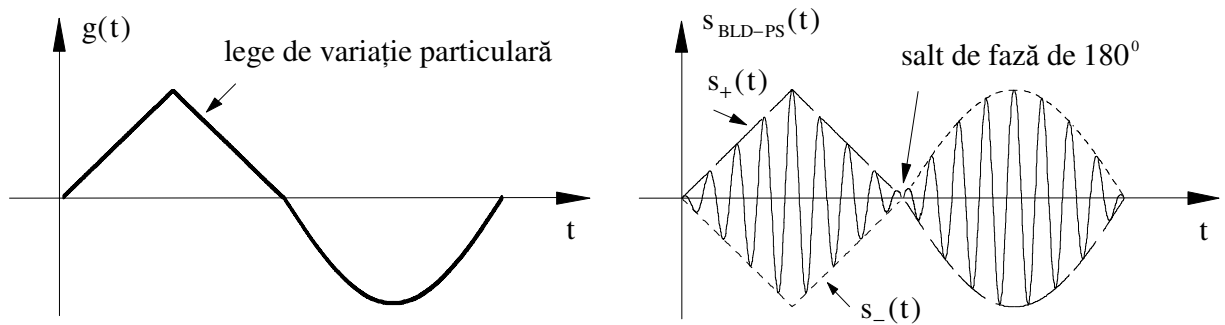
2) - Semnale modulate BLD-PS

Dacă semnalul modulator are componenta medie nulă,

$$\left. \begin{aligned} \tilde{g}(t) &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} g(t) dt = 0 \\ \text{și dacă FF are } H(\omega) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_{BLD-PS}(t) = g(t) \cos \omega_0 t$$



Se remarcă că semnalul modulat BLD-PS nu conține componenta în cuadratură și MP.

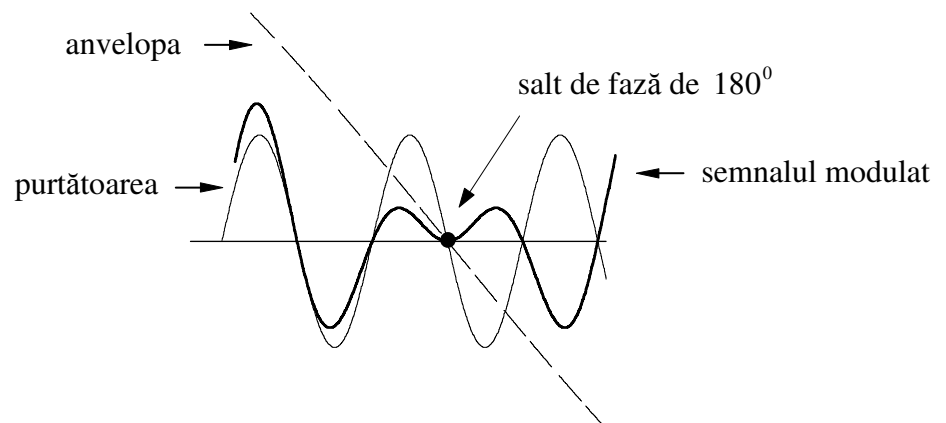
a) - Forma semnalului

- anvelopa pozitivă $s_+(t) \triangleq s_{\text{BLD-PS}}(t) \big|_{\cos \omega_0 t = 1} = g(t)$
- anvelopa negativă $s_-(t) \triangleq s_{\text{BLD-PS}}(t) \big|_{\cos \omega_0 t = -1} = -g(t)$

Observații: 1) - La trecerea sa prin zero, anvelopa schimbă semnul oscilației purtătoare,

$$\cos \omega_0 t \rightarrow -\cos \omega_0 t = \cos(\omega_0 t - \pi)$$

deci introduce un salt de fază de 180° .

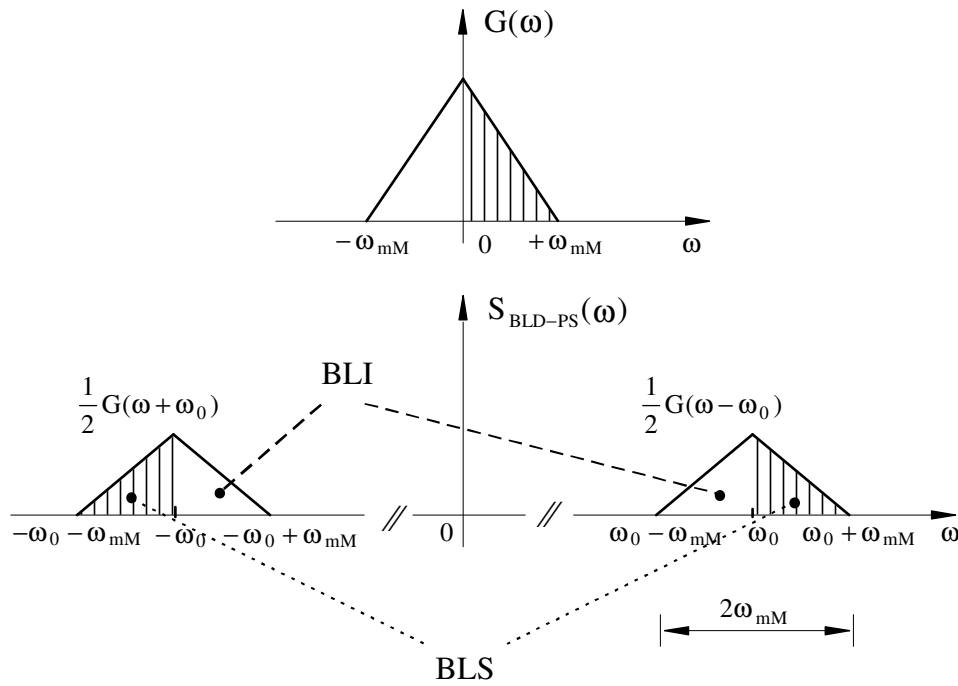


2) - Se observă că anvelopa superioară are variația dată de $|g(t)|$.

Prin urmare detecția de anvelopă nu permite extragerea informației.

b) - Spectrul semnalului

$$s_{\text{BLD-PS}}(t) = g(t) \cos \omega_0 t \xleftrightarrow{\mathcal{F}} S_{\text{BLD-PS}}(\omega) = \frac{1}{2} G(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} G(\omega + \omega_0)$$



Banda ocupată de semnal (se urmărește numai axa frecvențelor pozitive) este

$$B = 2f_{mM}$$

Semnalul BLD-PS conține 2 benzi laterale:

BLS corespunde lui $G(\omega)$ pentru $\omega \geq 0$

BLI corespunde lui $G(\omega)$ pentru $\omega \leq 0$

Observație

Deoarece în general $g(t) \in \mathbf{R} \Rightarrow G(-\omega) = G^*(\omega)$, și BLI poate fi dedusă din BLS și invers. Prin urmare transmisia cu modulație BLD-PS este redundantă, se face risipă de spectru, informația putând fi obținută dintr-o singură BL.

3) - Semnale MA

Dacă $g(t)$ are o componentă continuă $g_c \neq 0$,

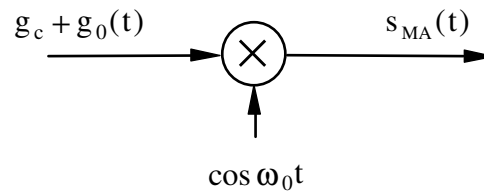
$$g(t) = g_c + g_0(t) \quad (\text{unde } g_0(t) \text{ are componenta medie nulă})$$

și dacă FF are $H(\omega) = 1$, rezultă

$$\begin{aligned} s_{MA}(t) &= [g_c + g_0(t)] \cos \omega_0 t = g_c \left[1 + \frac{1}{g_c} g_0(t) \right] \cos \omega_0 t = g_c \left[1 + \frac{|g_0|_{\max}}{g_c} f(t) \right] \cos \omega_0 t = \\ &= g_c [1 + mf(t)] \cos \omega_0 t \end{aligned}$$

unde: $f(t) \triangleq \frac{g_0(t)}{|g_0(t)|_{\max}}$ - este legea de variație a semnalului modulator, $|f(t)| \leq 1$;

m - este gradul de modulație, proporțional cu amplitudinea semnalului modulator.
Schema de producere este



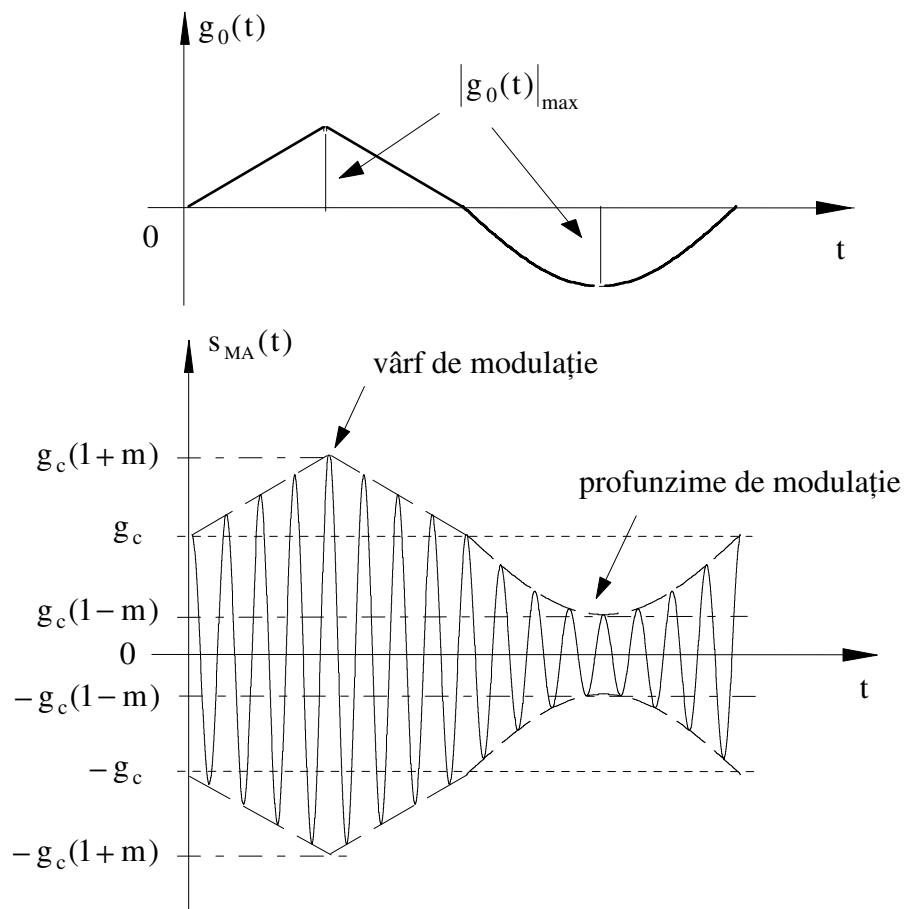
a) - Forma semnalului

Anvelopele semnalului sunt:

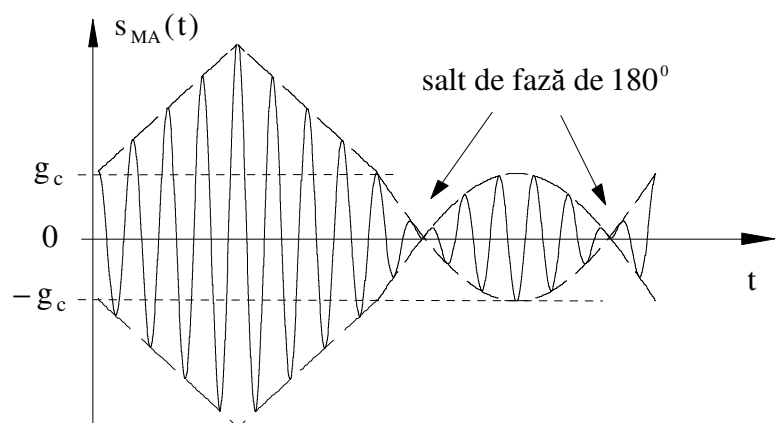
$$s_+(t) = g_c[1 + mf(t)] = g(t) \quad \text{— anvelopa superioară}$$

$$s_-(t) = -g_c[1 + mf(t)] = -g(t) \quad \text{— anvelopa inferioară}$$

- pentru $m \leq 1$



- pentru $m > 1$



Aplicație practică are $s_{MA}(t)$ pentru $m \leq 1$, deoarece oricare din anvelope are legea de variație

a modulației $g_0(t)$ și extragerea informației se poate face prin detecția de anvelopă.

b) - Spectrul semnalului

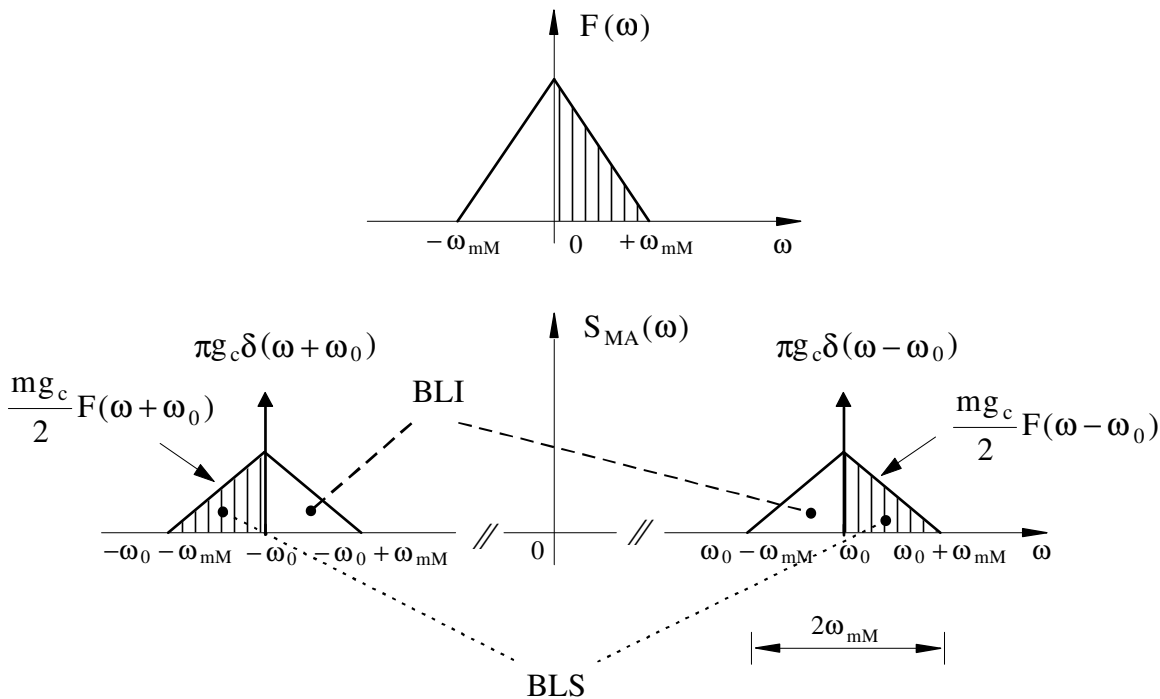
Dacă

$$f(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} F(\omega), \quad F(\omega) = 0 \quad \text{pentru} \quad |\omega| \geq \omega_{mM} \quad (\text{de bandă limitată}),$$

atunci

$$s_{MA}(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} S_{MA}(\omega) = \pi g_c [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{mg_c}{2} [F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0)]$$

Reprezentarea spectrului este:



Din analiza pe axa frecvențelor pozitive rezultă banda semnalului.

$$B = 2f_{mM} \quad - \text{aceeași ca pentru } s_{BLD-PS}(t)$$

Prezența distribuției Dirac la o anumită frecvență pune în evidență existența unei componente sinusoidale pe acea frecvență (în cazul de față - purtătoarea).

c) - Comparație MA/BLD-PS

1. $B_{MA} = B_{BLD-PS}$
2. MA față de BLD-PS: - avantaj - demodulare simplă cu ajutorul unui detector de anvelopă (în cazul $m < 1$).
3. MA față de BLD-PS: - dezavantaj - componentă pe frecvența purtătoare, ceea ce conduce la utilizarea neeconomică a puterii emițătorului.

Pentru a arăta această ultimă afirmație, să comparăm puterea semnalelor în ipoteza că în benzile laterale care conțin informația, puterea este aceeași:

$$\begin{cases} s_{MA}(t) = g_c [1 + mf(t)] \cos \omega_0 t \\ s_{BLD-PS}(t) = g_c mf(t) \cos \omega_0 t \end{cases}$$

Ținând seama că $\tilde{f}(t) = 0$ rezultă,

$$P_{MA} = s_{MA}^2(t) = \frac{g_c^2}{2} + \frac{g_c^2 m^2 \tilde{f}^2(t)}{2} + \underbrace{0}_{\text{deoarece } \tilde{f}(t) = 0}$$

$$P_{BLD-PS} = s_{BLD-PS}^2(t) = \frac{g_c^2 m^2 \tilde{f}^2(t)}{2}$$

$$\frac{P_{MA}}{P_{BLD-PS}} = 1 + \frac{1}{m^2 \tilde{f}^2(t)} \geq 2 \quad \text{deoarece: } \begin{cases} m \leq 1 \\ |f(t)| \leq 1 \Rightarrow \tilde{f}^2(t) < 1 \end{cases}$$

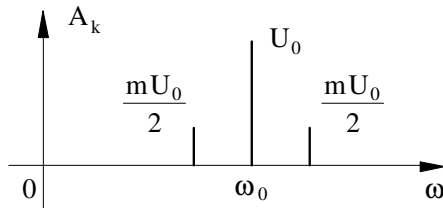
În cazul particular al semnalului modulator sinusoidal, se obține

$$f(t) = \cos \omega_m t \Rightarrow \tilde{f}^2(t) = \frac{1}{2}$$

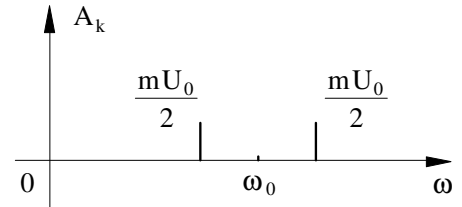
și

$$\frac{P_{MA}}{P_{BLD-PS}} \geq 3 \quad (\text{egalitatea este pentru } m = 1)$$

ceea ce este evident având în vedere spectrele în acest caz cunoscute de la SCS și reprezentate în figură.



a) - MA



b) - BLD-PS

În concluzie, emițătorul care asigură în benzile laterale aceeași putere trebuie să fie capabil să ofere la MA o putere de cel puțin 3 ori mai mare decât la BLD-PS din cauza purtătoarei.

În practică, compromisul dintre 2 și 3 se face astfel:

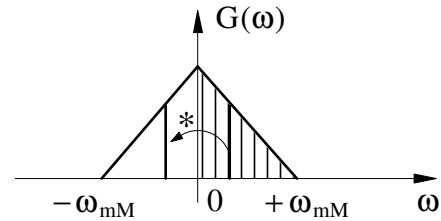
- În *radiodifuziune* unde numărul radioreceptoarelor pentru un emițător este foarte mare, se preferă simplitatea demodulării față de economia de putere - deci se folosesc semnale MA.
- În *radiocomunicațiile profesionale* unde sistemul trebuie să conțină o pereche emițător-receptor se preferă economia de putere și prin urmare se folosesc semnalele BLD-PS.

De remarcat că tehnica CI a ușurat realizarea demodulatorului cu un grad ridicat de complexitate.

4) - Semnale BLU

Ideea a venit de la faptul că matematic, se poate deduce întreg semnalul dintr-una din benzile laterale cunoscută, deoarece pentru

$$g(t) \in \mathbf{R} \Rightarrow G(-\omega) = G^*(\omega)$$

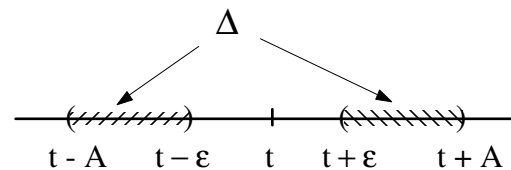


Remember: - Transformata Hilbert

$$\hat{g}(t) = \mathcal{H}\{g(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad \text{luată în sensul VP (Canchy)}$$

adică

$$\hat{g}(t) = \lim_{\substack{A \rightarrow \infty \\ \varepsilon \rightarrow 0}} \frac{1}{\pi} \int_{\Delta} \frac{g(\tau)}{t-\tau} d\tau$$



Prin urmare $\hat{g}(t)$ se mai poate scrie:

$$\hat{g}(t) = g(t) * \frac{1}{\pi t} \longleftrightarrow \mathcal{F}\{\hat{g}(t)\} = G(\omega) \cdot (-j \operatorname{sgn} \omega)$$

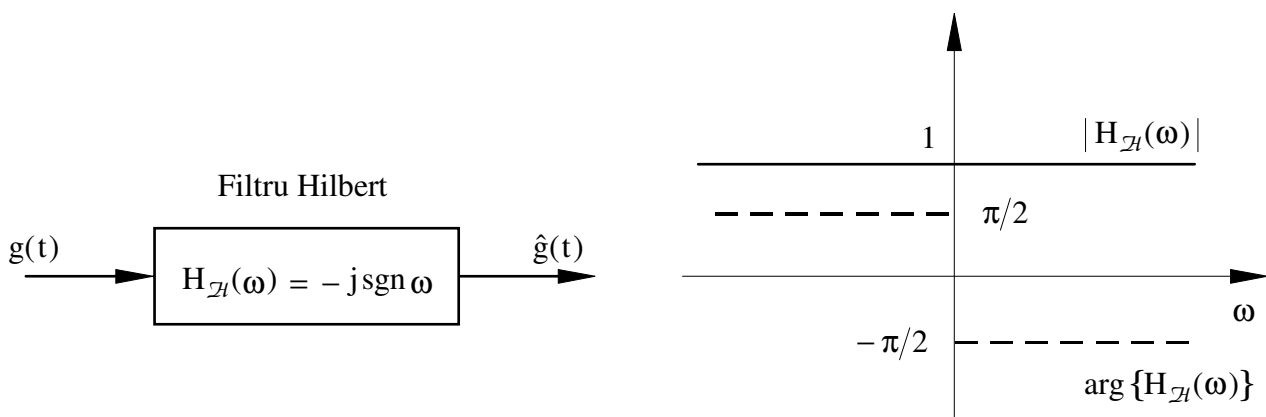
deoarece se știe că:

$$f * g \longleftrightarrow F \cdot G$$

$$g(t) \longleftrightarrow G(\omega)$$

$$\frac{1}{\pi t} \longleftrightarrow -j \operatorname{sgn} \omega$$

Rezultatul obținut indică o metodă de construire a transformatei $\mathcal{H}$ a unui semnal:



$$|H_{\mathcal{H}}(\omega)| = 1 ; \quad \arg H_{\mathcal{H}}(\omega) = -\frac{\pi}{2} \operatorname{sgn} \omega$$

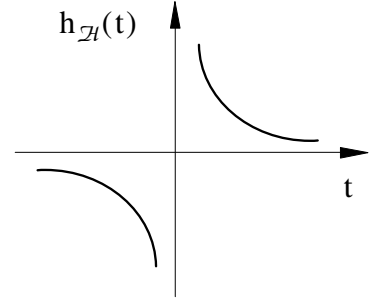
Deci FH este un FTT care realizează un defazaj cu $\pi/2$ pentru toate componentele semnalului.

Deoarece funcția pondere a FH,

$$h_{\mathcal{H}}(t) = \frac{1}{\pi t}$$

este necauzală, rezultă că FH este necauzal, adică nu este realizabil fizic.

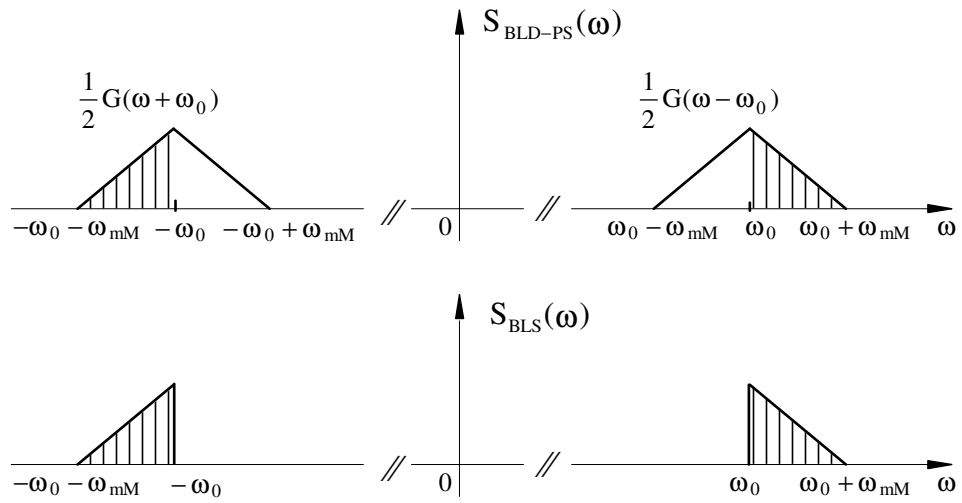
Dacă semnalul este de bandă limitată, atunci pentru obținerea TH, caracteristicile de frecvență reprezentate pentru FH, trebuie respectate numai în domeniul de frecvență unde semnalul are DS diferită de zero.



a) - Expresia semnalului BLU

Semnalul:

$$s_{\text{BLD-PS}}(t) = g(t) \cos \omega_0 t \longleftrightarrow S_{\text{BLD-PS}}(\omega) = \frac{1}{2} [G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)]$$



Deoarece una din BL conține toată informația (cealaltă BL putând fi dedusă din cea cunoscută) este inutil să se transmită ambele benzi.

Numim *semnal BLU* - semnalul care transmite una din BL - inferioară $\Rightarrow$ semnal BLI
- superioară $\Rightarrow$ semnal BLS

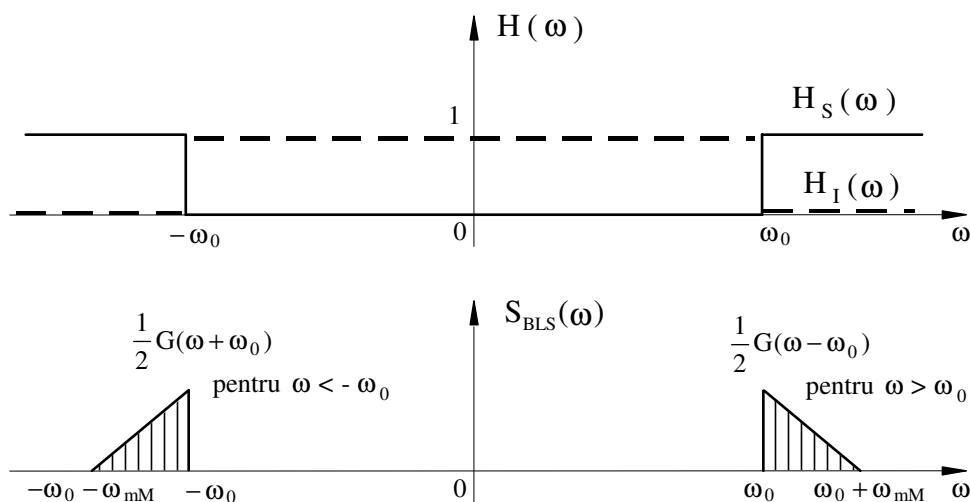
Afirmăm că expresia semnalului BLU este:

$$s_{\text{BLU}}(t) = \frac{1}{2} g(t) \cos \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \hat{g}(t) \sin \omega_0 t \quad \text{unde pentru } + \Rightarrow \text{BLI} \\ - \Rightarrow \text{BLS}$$

Pentru demonstrație considerăm cazul cu (-).

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{s_{\text{BLU(s)}}(t)\} &= \frac{1}{4} [G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)] - \\ &\quad - \frac{1}{4j} [-j \operatorname{sgn}(\omega - \omega_0) G(\omega - \omega_0) + j \operatorname{sgn}(\omega + \omega_0) G(\omega + \omega_0)] = \\ &= \frac{1}{4} G(\omega - \omega_0) \underbrace{[1 + \operatorname{sgn}(\omega - \omega_0)]}_{= \begin{cases} 0 & \text{pentru } \omega < \omega_0 \\ 2 & \text{pentru } \omega > \omega_0 \end{cases}} + \frac{1}{4} G(\omega + \omega_0) \underbrace{[1 - \operatorname{sgn}(\omega + \omega_0)]}_{= \begin{cases} 0 & \text{pentru } \omega > -\omega_0 \\ 2 & \text{pentru } \omega < -\omega_0 \end{cases}} \end{aligned}$$

care are reprezentarea din figură, adică DS corespunde într-adevăr unui semnal BLS, ceea ce trebuia demonstrat.

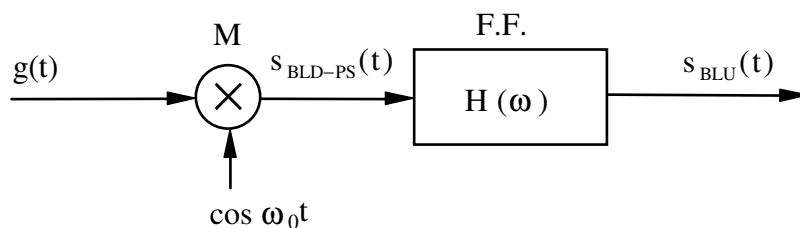


Prin urmare, pentru obținerea semnalului BLS este necesar ca FF să aibă funcția de transfer,

$$H_S(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } |\omega| \geq \omega_0 \\ 0 & \text{pentru } |\omega| \leq \omega_0 \end{cases}$$

iar pentru obținerea semnalului BLI, funcția de transfer a FF va trebui să fie,

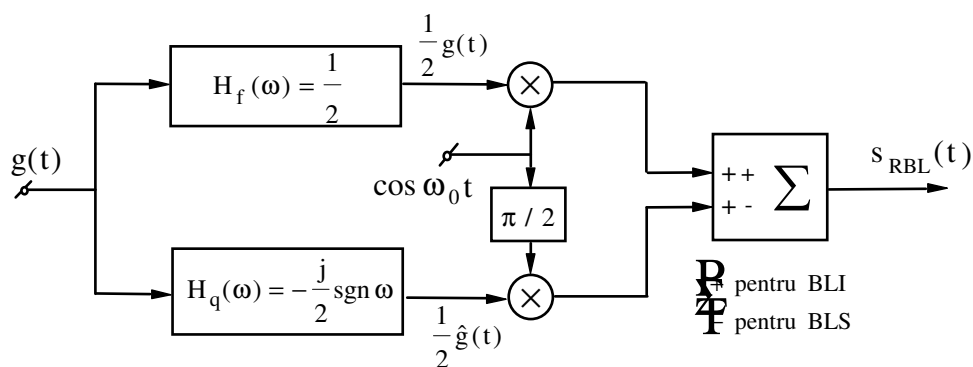
$$H_I(\omega) = 1 - H_S(\omega)$$



La semnalul BLU se remarcă următoarele:

- componenta în fază conține direct semnalul modulator;
- componenta în cuadratură este proporțională cu TH a semnalului modulator.

Pe baza expresiei semnalului BLU rezultă următoarea schemă de producere:



Această schemă a condus la metoda defazării pentru demodulare.

Semnalul BLU poate fi pus și sub forma:

$$s_{\text{BLU(S)}}(t) = \frac{1}{2} \underbrace{\sqrt{g^2(t) + \hat{g}^2(t)}}_{\text{MA}} \cos \left[\underbrace{\omega_0 t + \arctg \frac{\hat{g}(t)}{g(t)}}_{\text{MP}} \right]$$

Legea de variație a anvelopei este greu de sesizat, depinzând de semnalul modulator printr-o funcție greu de interpretat. De aceea se analizează două cazuri extreme:

1 - Să considerăm cazul când:

$$g(t) = U_m \cos \omega_m t \Rightarrow \hat{g}(t) = U_m \sin \omega_m t$$

$$s_{\text{BLU(S)}}(t) = \frac{1}{2} U_m \cos \omega_m t \cos \omega_0 t - \frac{1}{2} U_m \sin \omega_m t \sin \omega_0 t = \frac{1}{2} U_m \cos(\underbrace{\omega_0 + \omega_m}_> \omega_0) t \Rightarrow \text{BLS}$$

În acest caz semnalul este o componentă sinusoidală de amplitudine $U_m/2$ - deci anvelopa este constantă.

Dar s_{BLU} se obține din $s_{\text{BLD-PS}}$ la care se elimină o bandă laterală

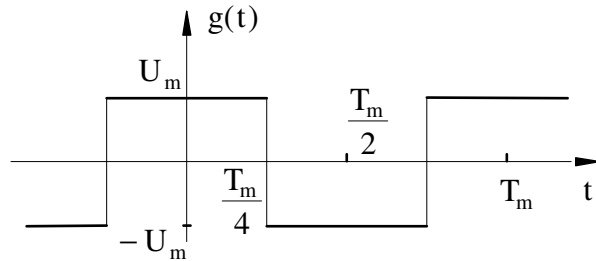
$$s_{\text{BLD-PS}}(t) = U_m \cos \omega_m t \cos \omega_0 t = \underbrace{\frac{1}{2} U_m \cos(\omega_0 + \omega_m) t}_{s_{\text{BLU(S)}}(t)} + \underbrace{\frac{1}{2} U_m \cos(\omega_0 - \omega_m) t}_{\text{elimină prin filtrare}}$$

2 - Să se determine $s_{\text{BLU(S)}}(t)$ pentru semnalul modulator,

$$g(t) = \frac{4U_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \cos k \omega_m t$$

Rezultă

$$\hat{g}(t) = \frac{4U_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \sin k \omega_m t$$



iar semnalul BLU este

$$s_{\text{BLU(S)}}(t) = \frac{1}{2} \sqrt{g^2(t) + \hat{g}^2(t)} \cos \left[\omega_0 t + \arctg \frac{\hat{g}(t)}{g(t)} \right]$$

Să calculăm amplitudinea semnalului la momentul $t = T_m/4$:

$$g(T_m/4) = \frac{4U_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \cos k \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\hat{g}(T_m/4) = \frac{4U_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2 k \frac{\pi}{2}}{k} = \frac{4U_m}{\pi} \underbrace{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots \right)}_{\text{serie divergentă}} \text{ deoarece pentru } \begin{cases} k - \text{par} & \Rightarrow \sin \rightarrow 0 \\ k - \text{impar} & \Rightarrow \sin \rightarrow \pm 1 \end{cases}$$

Deoarece $g(t)$ este de bandă limitată, seria va avea un număr finit de termeni, astfel că amplitudinea semnalului BLU nu va fi infinită, dar va avea valori exagerat de mari.

Deci există momente în care semnalul modulat BLU prezintă vârfuri mari ale anvelopei cu toate că $g(t)$ este limitat din punct de vedere al gamei dinamice.

Apariția acestor vârfuri este supărătoare, deoarece emițătorul trebuie dimensionat așa încât puterea maximă la care să funcționeze normal să corespundă acestora. În această situație puterea medie va fi mult sub puterea de vârf rezultând o utilizare nerațională a stației de emisie. Dacă

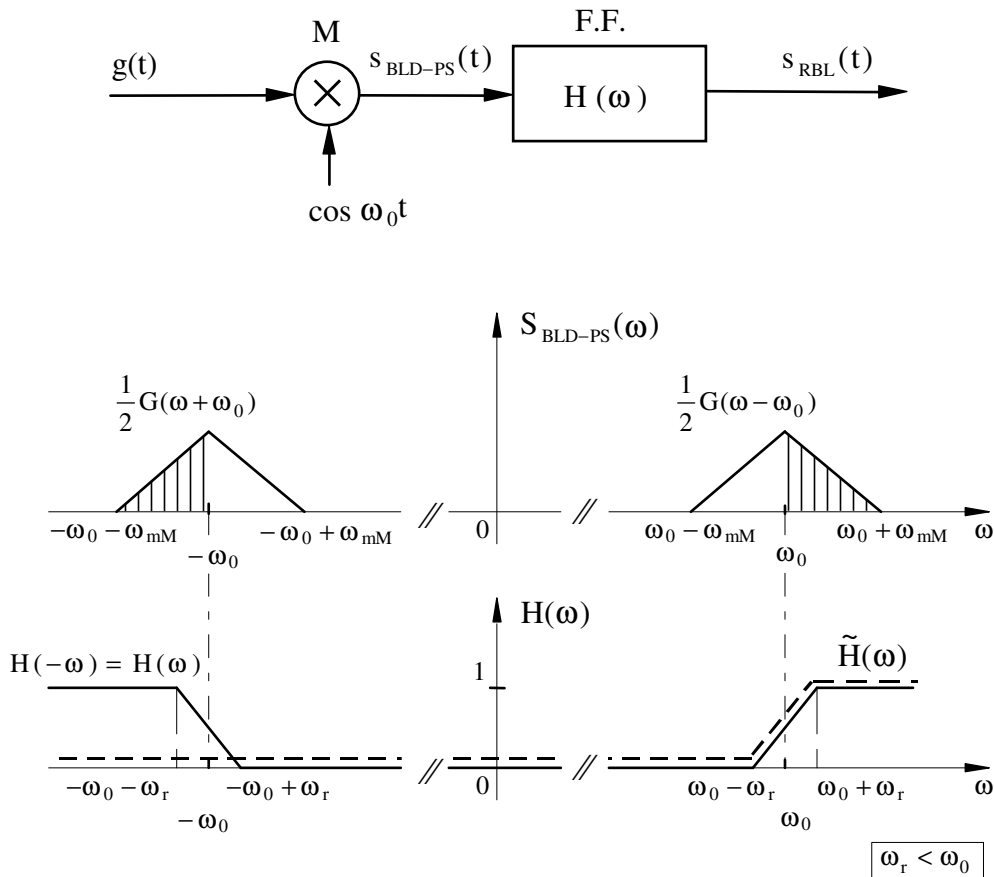
sunt tăiate vârfurile apar distorsiuni. În domeniul audio se poate practica limitarea până la nivelul care nu duce la reducerea inteligibilității.

5) - Semnale RBL

De cele mai multe ori în practică, obținerea semnalului BLU din semnalul BLD-PS prin eliminarea unei benzi laterale și menținerea celeilalte nemodificată, necesită un filtru cu pantă foarte abruptă, imposibil de realizat. Din această cauză se recurge la semnalul RBL care se obține din:

$$s_{\text{BLD-PS}}(t) = g(t) \cos \omega_0 t \longleftrightarrow S_{\text{BLD-PS}}(\omega) = \frac{1}{2}[G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)]$$

folosind schema cunoscută:



Pentru RBL cu BLS transmisă aproape integral, caracteristica de amplitudine a filtrului poate fi considerată cea din figură, iar caracteristica de fază trebuie să fie liniar variabilă cu frecvența:

$$\arg H(\omega) = -(\omega - \omega_0)t_g + \varphi_0 \quad \text{pentru } \omega > 0$$

Pentru simplitate, fără a reduce generalitatea rezultatelor obținute, se poate considera

$$\arg H(\omega) = 0$$

deoarece φ_0 modifică numai faza purtătoarei, iar t_g produce o întârziere a semnalului modulator fără a modifica forma, rezultând în acest caz că

$$H(-\omega) = H^*(\omega) = H(\omega) \text{ - funcție pară.}$$

Observație: Trebuie remarcat că semnalul RBL nu înseamnă o bandă laterală transmisă integral și un rest din cealaltă. Filtrul afectează ambele benzi laterale.

Ca urmare, caracteristic semnalului RBL este:

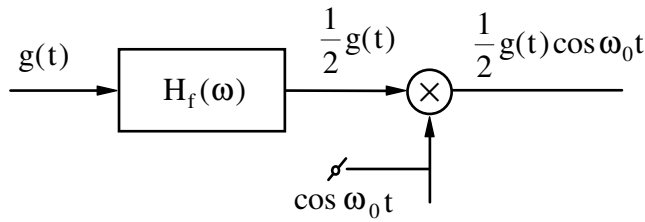
1) - eliminarea unei porțiuni din banda laterală transmisă, reținându-se în schimb un rest din cealaltă bandă;

2) - componenta în fază a semnalului trebuie să fie proporțională cu semnalul modulator (asemănător ca la semnalul BLU). Această ultimă caracteristică este impusă de operația de demodulare.

$$s_{\text{RBL}}(t) = \frac{1}{2}g(t)\cos \omega_0 t + \dots$$

În continuare vor fi determinate condițiile pe care trebuie să le îndeplinească FF pentru a realiza aceste caracteristici ale semnalului RBL.

Din condiția de a avea componenta în fază de forma $\frac{1}{2}g(t)\cos \omega_0 t$, rezultă necesitatea ca:



$$H_f(\omega) = \frac{1}{2} \text{ pentru } (\forall) |\omega| \leq \omega_{\text{mM}} \text{ (în domeniul spectral al semnalului } g(t))$$

Dar, de la forma generală a semnalului ML,

$$h_f(t) = h(t) \cos \omega_0 t, \text{ unde } h(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega)$$

și se poate scrie că

$$h_f(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H_f(\omega) = \frac{1}{2}[H(\omega - \omega_0) + H(\omega + \omega_0)] = \frac{1}{2}\{H[-(\omega - \omega_0)] + H(\omega + \omega_0)\}$$

Deoarece $\omega_{\text{mM}} < \omega_0$, atunci pentru $|\omega| \leq \omega_{\text{mM}} < \omega_0$ se poate scrie:

$$\left. \begin{aligned} H_f(\omega) &= \frac{1}{2}\tilde{H}[-(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2}\tilde{H}(\omega + \omega_0) = \frac{1}{2}\tilde{H}_{\text{JF}}(-\omega) + \frac{1}{2}\tilde{H}_{\text{JF}}(\omega) \\ \text{Dar} \quad H_f(\omega) &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tilde{H}_{\text{JF}}(-\omega) + \tilde{H}_{\text{JF}}(\omega) = 1$$

O primă consecință este condiția

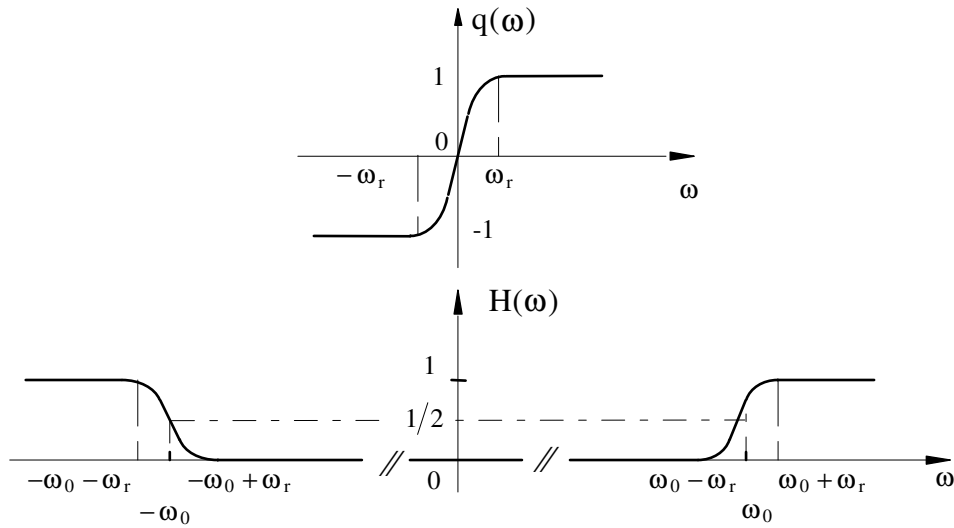
$$\tilde{H}_{\text{JF}}(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow H(\omega_0) = \frac{1}{2}$$

și se poate lua

$$\tilde{H}_{\text{JF}}(w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}q(w), \text{ unde } q(w) = \begin{cases} \text{sgn } w & \text{pentru } |w| > w_r, \\ 0 & \text{pentru } w = 0, \\ \text{variabilă în rest.} \end{cases}$$

Înlocuind în relația de mai sus, se obține

$$\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}q(\omega)\right] + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}q(-\omega)\right] = 1 \Rightarrow q(-\omega) = -q(\omega) \text{ - funcție impară.}$$



Concluzie: Ca FF să genereze semnalul RBL cu caracteristicile date este necesar ca

$$H(\omega_0) = H(-\omega_0) = \frac{1}{2}$$

și variația pentru $\omega \in (\omega_0 - \omega_r, \omega_0 + \omega_r)$ trebuie să fie o funcție impară (nu neapărat o dreaptă).

Componenta în cuadratură (la care se introduce un (-) în fața transformatei Fourier pentru a avea analogie cu BLU) este

$$\begin{aligned} h_q(t) = h(t) \sin \omega_0 t &\xrightarrow{\mathcal{F}} -H_q(\omega) = \frac{-1}{2j} [H(\omega - \omega_0) - H(\omega + \omega_0)] = +\frac{j}{2} [\tilde{H}_{JF}(-\omega) - \tilde{H}_{JF}(\omega)] = \\ &= +\frac{j}{2} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} q(-\omega) - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} q(\omega) \right] = \left[-\frac{j}{2} q(\omega) \right] \end{aligned}$$

sau

$$h_q(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} -\frac{j}{2} q(\omega),$$

și notând (pentru RBL - superioară, cu rest din BLI),

$$[g(t) * h_q(t)] \triangleq -\frac{1}{2} g_q(t)$$

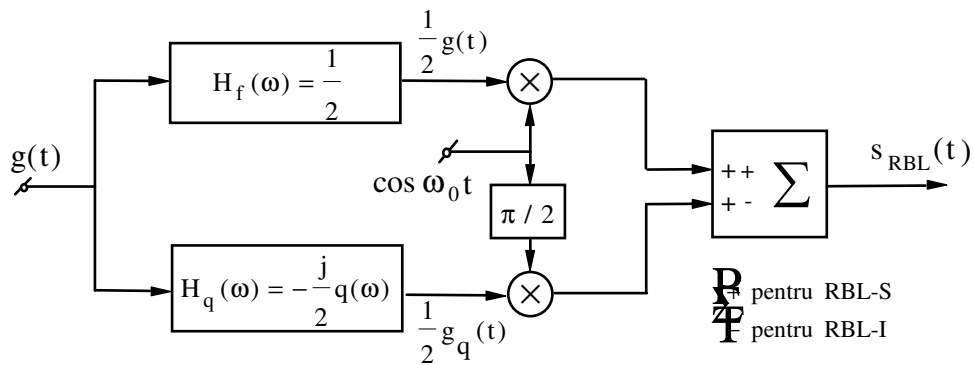
unde $g_q(t)$ este determinată de $q(\omega)$ ales, expresia semnalului RBL este

$$s_{\text{RBL}}(t) = \underbrace{\frac{1}{2} g(t) \cos \omega_0 t}_{\text{comp. identică ca la BLU}} \pm \frac{1}{2} g_q(t) \sin \omega_0 t$$

Semnul: (+) este pentru RBL cu rest de BLS $\equiv$ RBL-S;

(-) este pentru RBL cu rest de BLI $\equiv$ RBL-I.

Pe baza relației deduse, schema echivalentă de producere este



Verificare:

Pentru: $\omega_r = 0 \Rightarrow q(\omega) = \text{sgn } \omega$ și $s_{\text{RBL}}(t) \xrightarrow{\text{devine}} s_{\text{BLU}}(t)$ ceea ce este evident și din compararea schemelor de producere.

Dacă la intrarea FF se aplică un semnal MA, atunci toate relațiile rămân valabile numai că trebuie efectuată înlocuirea

$$g(t) \rightarrow g(t) = g_c + g_0(t) = g_c[1 + mf(t)]$$

Acest semnal se găsește în TV la intrarea detectorului de videofrecvență.

Concluzii asupra semnalelor ML

Expresia sub care se pot scrie semnalele cu modulație liniară este

$$s_{\text{ML}}(t) = \alpha \frac{1}{2} g(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} g_\beta(t) \sin \omega_0 t$$

Se constată că la toate tipurile de modulație componenta în fază este proporțională cu semnalul modulator $g(t)$.

Pentru:

- MA: $\alpha = 2$, $g_\beta(t) = 0$, $g(t) = g_c + g_v(t) \geq 0$;
- BLD-PS: $\alpha = 2$, $g_\beta(t) = 0$, $\tilde{g}(t) = 0$;
- BLU: $\alpha = 1$, $g_\beta(t) = \pm \hat{g}(t)$, $\tilde{g} = 0$, $\begin{cases} (+) \rightarrow \text{BLI} \\ (-) \rightarrow \text{BLS} \end{cases}$
- RBL: $\alpha = 1$, $g_\beta(t) = \pm g_q(t)$, $\hat{g}(t) = 0$, $\begin{cases} (+) \rightarrow \text{RBL-I} \\ \neq 0, (-) \rightarrow \text{RBL-S} \end{cases}$