

Capitolul 2

COMUNICAȚII CU MODULAȚIE EXPONENȚIALĂ

Din categoria *modulațiilor exponențiale* fac parte: MF și MP.

În cadrul capitolului se vor prezenta principalele caracteristici ale acestor semnale, tehnica producerii, tehnica demodulării și performanțele acestor procese.

2.1 SEMNALE CU MODULAȚIE EXPONENȚIALĂ

Semnalul modulat este de forma,

$$s(t) = A \cos[\omega_0 t + \varphi_v(t)] \quad \Rightarrow \quad s(t) = A e^{j[\omega_0 t + \varphi_v(t)]}$$

Se numește *modulație exponențială* deoarece se realizează prin variația exponentului.

Dacă

$$\varphi_v(t) = k_P g(t) \quad \Rightarrow \quad \text{MP}$$

$$\varphi_v(t) = k_F \int^t g(\tau) d\tau \quad \Rightarrow \quad \text{MF} \quad (\text{în primitivă se înlocuiește } t)$$

Din relațiile prezentate se constată echivalența și diferența dintre cele două tipuri de modulații și de aceea în continuare se va analiza numai MF, prezentându-se numai unde este cazul, particularitățile MP.

2.1.1 SEMNALE MF

a) - Forma semnalului

Expresia semnalului este

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + k_{MF} \int^t g(\tau) d\tau \right]$$

unde:

- $g(t)$ - este semnalul modulator;
- k_{MF} - este constanta modulatorului MF.

Dacă se scrie

$$g(t) = U_m f(t), \quad |f(t)| \leq 1, \quad U_m - \text{amplitudinea semnalului modulator,}$$

atunci

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \underbrace{k_{MF} U_m}_{\Delta \omega} \int^t f(\tau) d\tau \right] = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\tau) d\tau \right]$$

$\Delta \omega = k_{MF} U_m$ - este **deviația de frecvență maximă**, proporțională cu amplitudinea semnalului modulator.

Frecvența instantanee are expresia,

$$\omega_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + \Delta \omega f(t)$$

b) - Spectrul semnalului

Se determină numai în cazul particular al semnalului modulator sinusoidal,

$$g(t) = U_m \cos \omega_m t \quad \Rightarrow \quad f(t) = \cos \omega_m t$$

pentru care

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \beta \sin \omega_m t], \quad \text{unde } \beta \triangleq \frac{\Delta \omega}{\omega_m} \quad - \text{ se numește } \textbf{indice de modulație în frecvență}.$$

Anvelopa complexă a semnalului MF este:

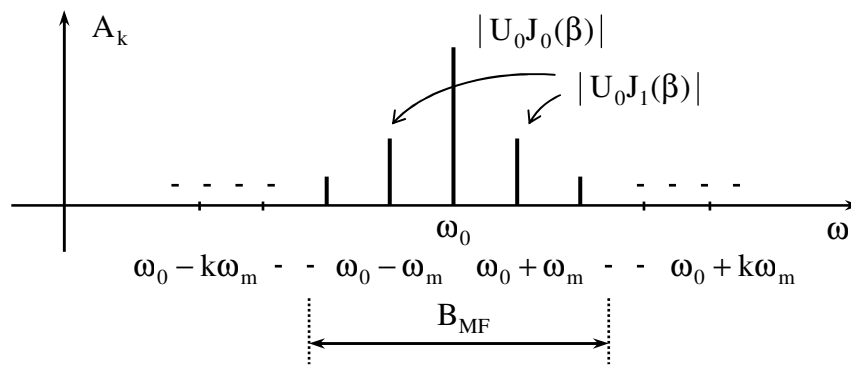
$$\underline{S}_{MF}(t) = U_0 e^{j\varphi_v(t)} = U_0 e^{j\beta \sin \omega_m t}, \quad s_{MF}(t) = \operatorname{Re}\{\underline{S}_{MF}(t) e^{j\omega_0 t}\}$$

sau

$$\underline{S}_{MF}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta) e^{jk\omega_m t} \quad \Rightarrow \quad s_{MF}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta) \cos[(\omega_0 + k\omega_m)t]$$

Se constată că spectrul ocupă o bandă de lărgime infinită, este grupat în jurul frecvenței ω_0 și este simetric față de această frecvență, deoarece

$$J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$$



Lărgimea de bandă ocupată de semnalul MF se definește pe bază energetică, reținându-se componentele din jurul frecvenței purtătoare care asigură un procent apropiat de unitate din puterea semnalului (de exemplu: 99%).

$$P_{MF} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_0^2 J_k^2(\beta) = \frac{1}{2} U_0^2 \quad (\text{puterea pe sarcina } R=1 \Omega)$$

Punând condiția,

$$\frac{1}{2} \sum_{k=-N}^N U_0^2 J_k^2(\beta) = \frac{99}{100} \frac{U_0^2}{2} \quad \Rightarrow \quad N \text{ și } B_{MF} = 2N f_m$$

O altă relație pentru calculul lărgimii de bandă este

$$B_{MF} = 2f_m(1 + \beta + \sqrt{\beta}) \quad - \text{ stabilită experimental de Carson.}$$

În cazul unei transmisiuni MF la care: $\omega_m \in [\omega_{mM}, \omega_{mM}]$

$$\Delta \omega_M = \max \Delta \omega$$

se definește **indicele de modulație în frecvență al transmisiunii (sau al sistemului)**,

$$\beta_{tr} \triangleq \frac{\Delta \omega_M}{\omega_{mM}} \quad \circ i \text{ rezultă } \underbrace{B_{MF}}_{\text{banda ocupată de transm.}} = 2f_{mM}(1 + \beta_{tr} + \sqrt{\beta_{tr}})$$

Exemplu: În RD la transmisiuni monofonice pe UUS

$$\Delta f_M = 50 \text{ kHz (OIRT)}, \quad f_{mM} = 10 \text{ kHz} \Rightarrow \beta_{tr} = \frac{50}{10} = 5$$

$$B_{MF} \cong 165 \text{ kHz} \xrightarrow{\text{și se ia}} 200 \text{ kHz}$$

2.2 TEHNICA PRODUCERII SEMNALELOR MF

Există mai multe categorii de metode de bază pentru producerea semnalului MF din care se disting:

- Simularea analogică a ecuației integro-diferențiale a oscilațiilor MF;
- Metoda cvasistaționară de producere a semnalului MF;
- Metoda generatorului de undă triunghiulară;
- Metoda generatorului de undă dreptunghiulară;
- Metoda Armstrong;
- Metode de producere folosind dispozitive specializate, etc.

2.2.1 METODA GENERATORULUI DE UNDĂ TRIUNGHIULARĂ (SINTEZA ÎN DOMENIUL TIMP)

În expresia semnalului MF

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right]$$

pentru care

$$\omega_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + \Delta \omega f(t) > 0,$$

se introduce notația,

$$\tau(t) = \frac{\Phi(t)}{\omega_0} = t + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \int^t f(\theta) d\theta$$

și se obține

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos [\omega_0 \tau(t)]$$

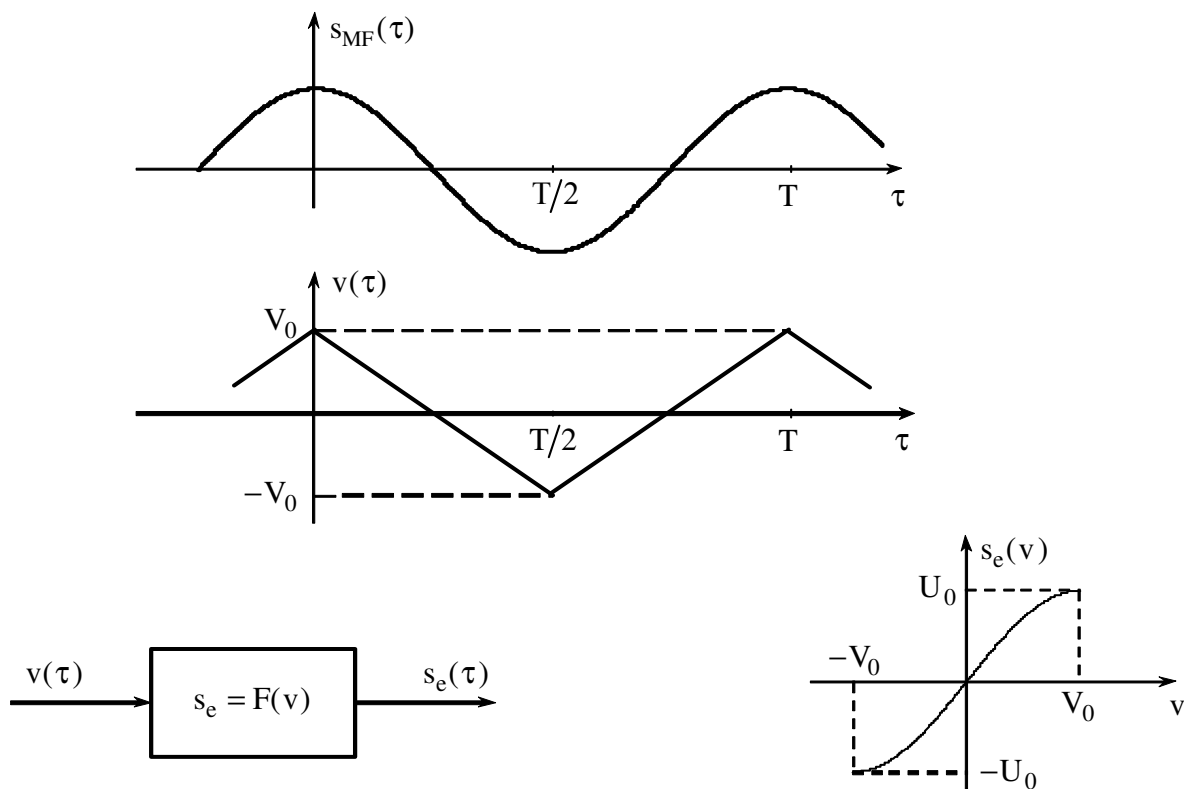
Când t crește $\Rightarrow$ că și $\tau(t)$ crește deoarece $\frac{d\tau(t)}{dt} = \frac{\omega_i(t)}{\omega_0} > 0$, adică $\tau(t)$ este o funcție crescătoare în raport cu t și poate fi considerată ca o scară modificată a timpului față de care semnalul modulat este o cosinusoidă pură de perioadă $T = 2\pi/\omega_0$.

Rezultă că a produce un semnal MF este același lucru cu a produce o cosinusoidă pe scara modificată (deformată) a timpului. Dacă se realizează o tensiune triunghiulară $v(\tau)$ de amplitudine V_0 și se trece această tensiune printr-un circuit de formare neliniar cu legea,

$$s_e(\tau) = U_0 \sin \left(\frac{\pi}{2V_0} v(\tau) \right)$$

se obține că

$$s_e(\tau) = s_{MF}(\tau)$$



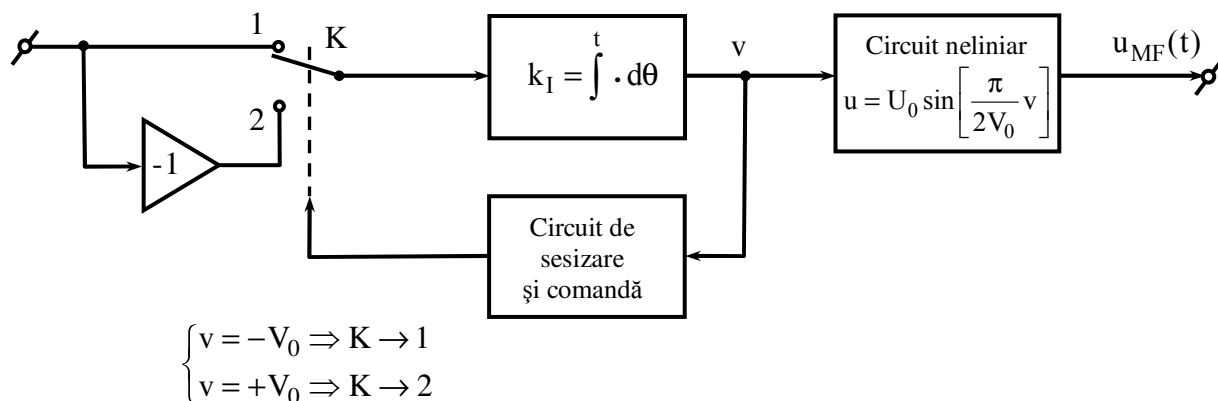
Într-adevăr, pentru o perioadă se poate scrie:

$$v(\tau) = \begin{cases} \frac{4V_0}{T}\tau + V_0 & \text{pentru } \tau \in (-T/2, 0) \\ -\frac{4V_0}{T}\tau + V_0 & \text{pentru } \tau \in (0, T/2) \end{cases} = -\frac{4V_0}{T}|\tau| + V_0 \quad \text{pentru } \tau \in (-T/2, T/2)$$

$$s_e(t) = U_0 \sin\left[-\frac{\pi}{2V_0} \frac{4V_0}{T}|\tau| + \frac{\pi}{2}\right] = U_0 \cos\frac{2\pi}{T}|\tau| = U_0 \cos\omega_0\tau = s_{MF}(\tau)$$

Realizarea tensiunii triunghiulare $v(\tau)$ și a semnalului modulat se poate face cu următoarea schemă bloc:

$$u_i(t) = U_i \left[1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} f(t) \right]$$



Funcționarea este următoarea:

- la momentul t_i când $v(\tau)$ atinge valoarea $-V_0$, circuitul de sesizare comandă trecerea comutatorului K pe poziția 1 și tensiunea de la ieșirea circuitului integrator va fi,

$$v(\tau) = -V_0 + k_I \int_{t_i}^t u_i(\theta) d\theta = -V_0 + k_I U_i \int_{t_i}^t \left[1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} f(\theta) \right] d\theta = -V_0 + k_I U_i [\tau(t) - \tau(t_i)]$$

fiind o tensiune linear crescătoare cu τ ;

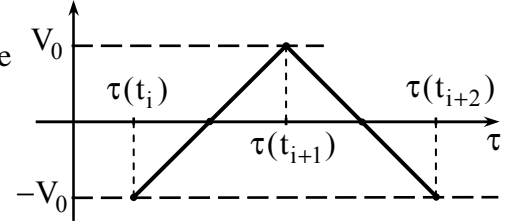
• la momentul t_{i+1} când $v(\tau)$ atinge valoarea $+V_0$, circuitul de sesizare, comandă trecerea comutatorului K pe poziția 2 și tensiunea de la ieșirea circuitului integrator devine,

$$v(\tau) = +V_0 - k_I \int_{t_{i+1}}^{\tau} u_i(\theta) d\theta = V_0 - k_I U_i [\tau(t) - \tau(t_{i+1})]$$

fiind liniar descrescător cu τ .

Se constată că semnalul $v(\tau)$ are variație triunghiulară periodică. Perioada se determină scriind panta:

$$k_I U_i = \frac{2V_0}{T/2} \Rightarrow T = \frac{4V_0}{k_I U_i} \text{ și } \omega_0 = \frac{\pi k_I U_i}{2V_0}$$



Circuitul neliniar cu caracteristica cu variație sinusoidală care pentru v aplicat la intrare oferă semnalul MF la ieșire, se poate realiza cu rezistențe și diode prepolarizate. Cu 6 diode cu Si și cu rezistențe cu toleranțe sub 1% sinusoida realizată are armonici sub 50 dB față de fundamentală.

Semnalul de intrare este suma dintre o c.c. și semnalul modulator ponderat,

$$\begin{aligned} u_i &= U_i + k g(t) = U_i \left[1 + \frac{k}{U_i} U_m f(t) \right] = U_i \left[1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} f(t) \right], \\ \Rightarrow \frac{k U_m}{U_i} &= \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \text{ de unde } \Delta\omega = k \omega_0 \frac{U_m}{U_i} = k \frac{\pi k_I}{2V_0} U_m = k_{MF} U_m \end{aligned}$$

deci constanta modulatorului MF este

$$k_{MF} = \pi \frac{k k_I}{2V_0}$$

2.2.2 METODA ARMSTRONG

Semnalul MF se mai poate scrie:

$$\begin{aligned} s_{MF}(t) &= U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int^t f(\tau) d\tau \right] = \\ &= U_0 \cos \omega_0 t \cos \left[\Delta\omega \int^t f(\tau) d\tau \right] - U_0 \sin \omega_0 t \sin \left[\Delta\omega \int^t f(\tau) d\tau \right] \end{aligned}$$

Dacă $\left| \Delta\omega \int^t f(\tau) d\tau \right| < 0,2$ radiani, atunci cu o bună aproximare rezultă expresia,

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos \omega_0 t - \left(U_0 \Delta\omega \int^t f(\tau) d\tau \right) \cdot \sin \omega_0 t$$

care stă la baza metodei Armstrong de producere a semnalului MF.

Schema este:

În cazul semnalului modulator sinusoidal când $f(t) = \cos \omega_m t$, condiția de mai sus devine,

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_m} = \beta < 0,2$$

Dacă $\omega_m \in (\omega_{mm}, \omega_{mM})$, atunci condiția trebuie satisfăcută pentru $\Delta \omega_M$ și ω_{mm} .

Din cele prezentate rezultă că metoda Armstrong permite obținerea semnalului modulat MF cu *deviație mică*.

Creșterea deviației de frecvență se realizează prin multiplicare, procedeu util și în alte aplicații, nu numai la obținerea semnalului MF cu deviație de frecvență dorită folosind metode de modulare care oferă la ieșire $\Delta \omega$ nu prea mare.

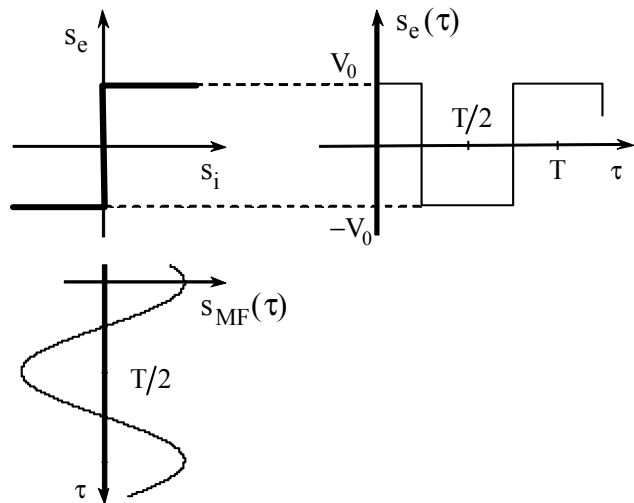
De exemplu, unele traductoare pentru măsurarea de mărimi neelectrice folosesc condensatoare cu o armătură mobilă (tip microfon-condensator) plasate în circuitul unui oscilator care produce oscilații MF. Deoarece variațiile ΔC sunt mici, rezultă deviații mici care trebuie multiplicare.

2.2.3 MULTIPLICAREA DE VIAȚIEI DE FRECVENȚĂ A SEMNALELOR MF

Semnalul MF,

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos[\omega_0 \tau(t)], \quad \text{unde } \tau(t) = t + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \int^t f(\theta) d\theta$$

se introduce într-un limitator presupus ideal.



La ieșire se obține un semnal dreptunghiular cu factor de umplere 1/2 care poate fi dezvoltat în SF,

$$s_e(\tau) = V_0 \operatorname{sgn}[s_{MF}(\tau)] = V_0 \operatorname{sgn}(U_0 \cos \omega_0 \tau) = \frac{4}{\pi} V_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} \cos(2k-1) \omega_0 \tau$$

Se poate scrie componenta fundamentală care are expresia,

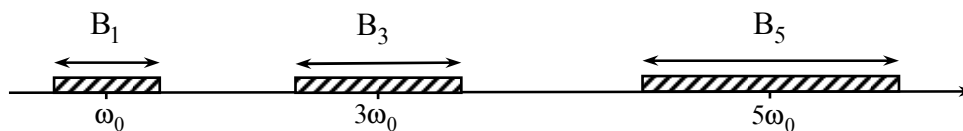
$$v_1(\tau) = \frac{4}{\pi} V_0 \cos \omega_0 \tau(t) = \frac{4}{\pi} V_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right] = s_{MF}(t)$$

și componenta de ordin k ,

$$v_k(\tau) = \frac{4V_0}{\pi(2k-1)} \cos[(2k-1)\omega_0 \tau(t)] = \frac{4V_0}{\pi(2k-1)} \cos \left[(2k-1)\omega_0 t + (2k-1)\Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right]$$

care este tot un semnal MF, dar pe frecvența $(2k-1)\omega_0$ cu deviația $(2k-1)\Delta \omega$.

Extragerea componentelor modulate dorite se face cu un FTB cu lărgimea de bandă corespunzătoare spectrului componentei.



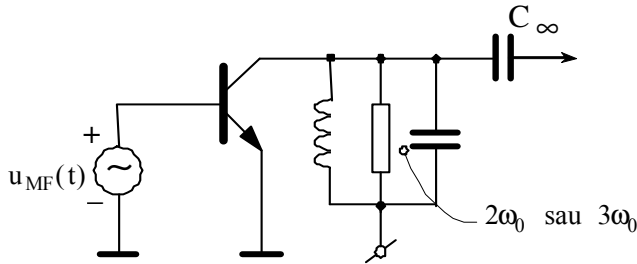
Practic multiplicarea se face cu 2 (dublor) sau cu 3 (triplo) deoarece:

- 1) - amplitudinea componentei scade cu ordinul său, devenind mică la ordin mare;
- 2) - lărgimea benzii ocupate de spectrul componentelor crește mai repede decât frecvența centrală, astfel că FTB trebuie să aibă o bandă mai mare, dar și componentele vecine au o bandă mai mare fiind mult mai greu de atenuat.

Pentru realizarea unui dublor se folosește un circuit neliniar care generează și armonici pare.

În cazul când se dorește o multiplicare mare se folosesc dubloare și triploare în cascadă rezultând multiplicarea totală egală cu $2^m \times 3^n$.

Schemă practică



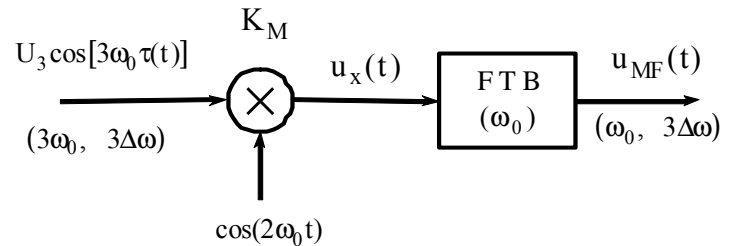
Jonțiunea BE nu este polarizată, tranzistorul deschizându-se la semialternanțele semnalelor MF din care cauză i_c este în impulsuri periodice. Dezvoltând în SF

$$\Rightarrow A_1 \cos \omega_0 \tau + A_2 \cos 2\omega_0 \tau + \dots$$

Din cele prezentate, rezultă că se multiplică deviația de frecvență, dar și frecvența purtătoare. Dacă multiplicarea frecvenței purtătoare nu este dorită, atunci se poate face o

schimbare de frecvență folosind un circuit multiplicator (adică o înmulțire).

De exemplu



$$u_x(t) = K_M \frac{U_3}{2} \cos \left[\omega_0 t + 3\Delta\omega \int^t f(\theta) d\theta \right] + \underbrace{K_M \frac{U_3}{2} \cos \left[5\omega_0 t + 3\Delta\omega \int^t f(\theta) d\theta \right]}_{\text{componentă suprimată de FTB}}$$

$$u_{MA}(t) = \frac{K_M U_3}{2} \cos \left[\omega_0 t + 3\Delta\omega \int^t f(\theta) d\theta \right]$$

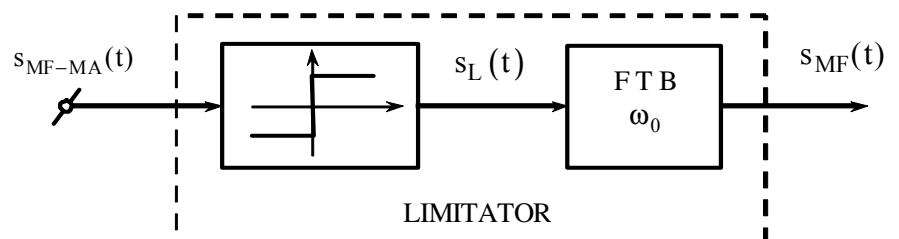
2.3 PRINCIPIILE DEMODULĂRII SEMNALELOR MF

În general, semnalul MF obținut la intrarea demodulatoarelor din receptoare este însoțit și de o MA - parazită datorată: trecerii semnalului MF prin circuitele selective ale E și R, însumării cu zgomot în timpul propagării prin canalul de transmisie sau interferenței cu o purtătoare apropiată.

Din această cauză, etajele de demodulare sunt precedate de limitatoare, sau îndeplinesc ele însăși funcția de limitare pentru a elimina MA-ul parazit.

2.3.1 ELIMINAREA MA LA SEMNALUL MA-MF

În principiu limitatorul este format dintr-un element neliniar urmat de un circuit selectiv.



Expresia semnalului de intrare este

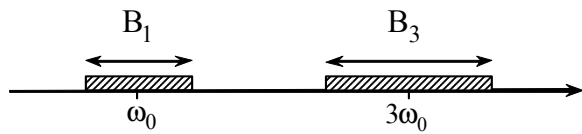
$$s_{MF-MA}(t) = U_0(t) \cos[\omega_0 \tau(t)], \quad U_0(t) > 0$$

Presupunând cazul unui limitator ideal, atunci:

$$\begin{aligned} s_L(\tau) &= V_0 \operatorname{sgn}[s_{MF-MA}(t)] = V_0 \operatorname{sgn}[U_0(t) \cos \omega_0 \tau(t)] = \frac{4V_0}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} \cos(2k-1)\omega_0 \tau = \\ &= \underbrace{\frac{4V_0}{\pi} \cos[\omega_0 \tau(t)]}_{\text{componenta extrasă de FTB}} - \frac{4V_0}{3\pi} \cos[3\omega_0 \tau(t)] + \dots \end{aligned}$$

$$s_{MF}(t) = \frac{4V_0}{\pi} \cos[\omega_0 \tau(t)] = \underbrace{U_e}_{\text{const.}} \cos[\omega_0 \tau(t)] - \text{semnal modulat numai în frecvență.}$$

Banda FTB trebuie să fie cel puțin B_1 , dar nici prea mare pentru a atenua suficient componenta vecină din jurul purtătoarei $3\omega_0$.



2.3.2 PRINCIPIUL DEMODULĂRII SEMNALELOR MF

a) - Semnalul MF se presupune cu MA-ul eliminat

Schema bloc de principiu a demodulatorului MF este:

$$\begin{aligned} s_{MF}(t) &= U_0 \cos[\omega_0 \tau(t)] = U_0 \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega \int^t f(\theta) d\theta\right] \\ s_D(t) &= k_D U_0 \underbrace{[\omega_0 + \Delta\omega f(t)]}_{>0} \sin[\omega_0 \tau(t)] = \underbrace{U_D(t)}_{\text{semnal MA-MF}} \sin[\omega_0 \tau(t)] \end{aligned}$$

$$s_e(t) = \eta_d k_D U_0 [\omega_0 + \Delta\omega f(t)] = \eta_d k_D U_0 \omega_i(t)$$

$$s_{e0}(t) = \eta_d k_D U_0 \Delta\omega f(t) = U_e f(t) \quad - \text{deci un semnal care urmărește variațiile semnalului modulator.}$$

b) - Dacă semnalul MF conține și MA parazit, atunci:

$$s_{MF-MA}(t) = U_0(t) \cos[\omega_0 \tau(t)]$$

$$\begin{aligned} s_D(t) &= -k_D \dot{U}_0(t) \cos[\omega_0 \tau(t)] + k_D U_0(t) \omega_i(t) \sin[\omega_0 \tau(t)] = \\ &= k_D \sqrt{\dot{U}_0^2(t) + U_0^2(t) \omega_i^2(t)} \cos[\omega_0 \tau(t) + \varphi(t)] \end{aligned}$$

$$s_e(t) = \eta_d k_D \sqrt{\dot{U}_0^2(t) + U_0^2(t) \omega_i^2(t)} \quad - \text{semnal care nu mai este proporțional cu } \omega_i(t).$$

De aici rezultă clar necesitatea limitării semnalului pentru suprimarea MA-ului parazit.

Deci - cu limitare:

$$MF + MA_p \xrightarrow{\text{limitare}} MF \xrightarrow{\text{derivare sau discriminare}} \begin{matrix} MA \\ \text{utilă} \end{matrix} + MF \rightarrow \begin{matrix} JF \\ \text{utilă} \end{matrix}$$

- fără limitare:

$$MF + MA_p \rightarrow MF + \begin{cases} MA_u \\ MA_p \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} JF \\ \text{distorsionat} \end{matrix}$$

Schemele pentru demodulatoarele MF sunt de o mare varietate datorită multiplelor posibilități de realizare a derivării și respectiv a detecției de anvelopă.

Schemele care oferă direct la ieșire semnalul demodulat proporțional cu semnalul modulator fără a fi însoțit de o c.c. se numesc scheme echilibrate și au avantajul unei eficacități mult mai mari, adică nivelul semnalului demodulat este mult mai mare decât cel oferit de schemele neechilibrate la care nivelul este mic din cauză că:

$$\max |s_e(t)| - \text{mărginit} \quad \text{și deoarece } \Delta\omega \ll \omega_0$$

rezultă că ponderea mare din $s_e(t)$ o are c.c.

2.3.3 CARACTERISTICILE DETECTORULUI DE ANVELOPĂ DIN DEMODULATORUL MF

Detectorul de anvelopă din demodulatorul MF poate utiliza fie principiul detecției sincrone, fie detecția asincronă prin mediere sau de vârf.

a) - Detecția sincronă - se realizează cu schema următoare:

unde se folosește o demodulare de produs.

$$s_D(t) = k_D U_0 [\omega_0 + \Delta\omega f(t)] \sin[\omega_0 \tau(t)]$$

$$s_M(t) = k_M k_D U_0 U_r [\omega_0 + \Delta\omega f(t)] \left\{ \frac{1}{2} - \underbrace{\frac{\cos[2\omega_0 \tau(t)]}{2}}_{\text{suprimată de FTJ}} \right\}$$

$$s_e(t) = \frac{1}{2} k_M k_D U_0 U_r [\omega_0 + \Delta\omega f(t)]$$

Problema care trebuie avută în vedere este cea de filtrare. Spectrul semnalului $s_M(t)$ ocupă domeniile de frecvență:

$$B_{MF_2} = 2f_{mM}(1 + \beta_{tr} + \sqrt{\beta_{tr}})$$

$$\beta_{tr} = \frac{2\Delta f_M}{f_{mM}}$$

Pentru a putea separa spectrul util cu ajutorul unui FTJ este necesară condiția:

$$f_{mM} < 2f_0 - \frac{B_{MF2}}{2} - f_{mM} \Rightarrow f_{mM} + \frac{B_{MF2}}{4} < f_0 \quad (1)$$

b) - Detecția asincronă prin mediere - se realizează cu schema:

Semnalul derivat, la trecerea prin circuitul neliniar este redresat,

$$\begin{aligned} s_r(t) &= s_D(t) \sigma[s_D(t)] = s_D(t) \sigma[\sin \omega_0 \tau(t)] = \\ &= k_D U_0 \omega_i(t) \sin[\omega_0 \tau(t)] \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \omega_0 \tau + \frac{2}{3\pi} \sin 3\omega_0 \tau + \dots \right] = \\ &= \frac{1}{2} \underbrace{k_D U_0 \omega_i(t) \sin[\omega_0 \tau(t)]}_{\text{comp. pe frecvența purtătoare } \omega_0} + \frac{1}{\pi} \underbrace{k_D U_0 \omega_i(t)}_{\text{JF}} + \underbrace{\dots}_{\text{frecv. } \geq 2\omega_0} \end{aligned}$$

După FTJ se obține,

$$s_e(t) = \frac{1}{\pi} k_D U_0 \omega_i(t)$$

Având în vedere spectrul semnalului redresat, rezultă că este necesară condiția,

$$f_{mM} < f_0 - \frac{B_{MF1}}{2} - f_{mM} \Rightarrow 2 \left(f_{mM} + \frac{B_{MF1}}{4} \right) < f_0 \quad (2)$$

c) - Detecția asincronă de vârf - se realizează cu schema cunoscută:

$$s_D(t) = k_D U_0 [\omega_0 + \Delta \omega f(t)] \sin[\omega_0 \tau(t)]$$

- C_d - trebuie să nu afecteze variația anvelopei (să nu fie scurtcircuit la f_{mM});
- dar trebuie să elimine RF, adică să fie scurtcircuit la $\left(f_0 - \frac{B_{MF1}}{2} - f_{mM} \right)$.

Condiția necesară, cu o acoperire suficientă, este:

$$100f_{mM} < f_0 - \frac{B_{MF1}}{2} - f_{mM} \Rightarrow 100f_{mM} + \frac{B_{MF1}}{2} < f_0 \quad (3)$$

Comparație între cele trei tipuri de demodulatoare de anvelopă

Notând cu $D \triangleq \frac{\Delta f_M}{f_0}$ și folosind relațiile (1), (2) și (3) se pot trasa curbele $D_{\max} = f(\beta_{tr})$ pentru fiecare tip de detecție.

Exemplu

Din relația (2) rezultă succesiv:

$$(2f_{mM} + f_{mM}[1 + \beta_{tr} + \sqrt{\beta_{tr}}]) < f_0$$

$$\frac{f_{mM}}{\Delta f_M} (3 + \beta_{tr} + \sqrt{\beta_{tr}}) < \frac{f_0}{\Delta f_M}$$

$$D < \frac{\beta_{tr}}{(3 + \beta_{tr} + \sqrt{\beta_{tr}})} \triangleq D_{\max}$$

$$D_{\max} = \frac{\beta_{tr}}{(3 + \beta_{tr} + \sqrt{\beta_{tr}})} = f_2(\beta_{tr})$$

Dacă se lucrează pentru un anumit β_{tr} , $D = \frac{\Delta f_M}{f_0}$ trebuie să fie sub curba de detecție care se dorește a fi folosită.

Din rezultatele obținute se constată că detecția de vârf impune cea mai restrictivă condiție pentru filtrare.

Dacă: f_0 – mare $\Rightarrow D_{mic}$, se poate folosi oricare detecție (de exemplu în RD-UUS);

f_0 – mic $\Rightarrow D_{mare}$, apar restricțiile, încercându-se folosirea detecției sincrone, la care pentru FTJ rezultă cea mai lejeră condiție.

2.4 TEHNICA DEMODULĂRII SEMNALELOR MF

Din punct de vedere al realizării derivării, demodulatoarele MF sunt cu derivare:

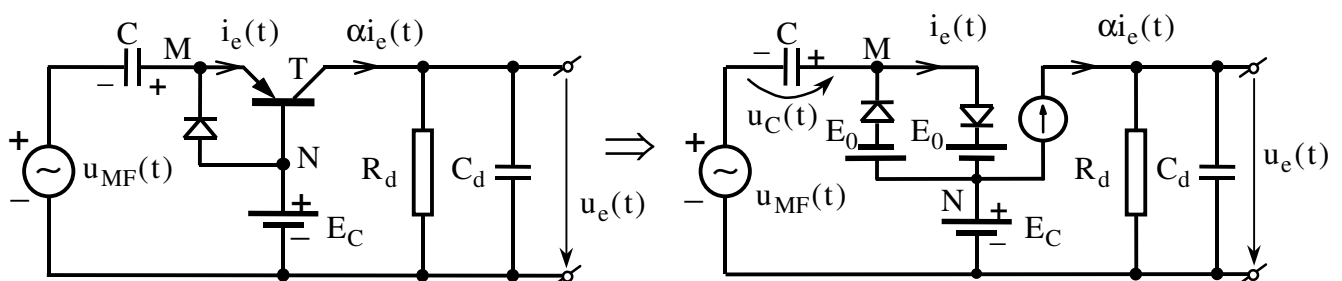
- directă;
- în domeniul frecvență;
- în domeniul timp.

2.4.1 DEMODULATOARE MF CU DERIVARE DIRECTĂ

Exemplul clasic este demodulatorul Clarke-Hess.

a) - Varianta neechilibrată

Schema este



Între punctele MN, când joncțiunea diodei, când cea B-E a tranzistorului sunt deschise. În schema echivalentă, aceste joncțiuni s-au reprezentat prin câte o diodă ideală înseriată cu o baterie ce reprezintă tensiunea de deschidere a joncțiunii reale.

Pentru semnal mare, adică pentru $U_0 \gg E_0$, punctele M și N sunt practic în scurtcircuit

care se realizează fie printr-o joncțiune, fie prin cealaltă, situație în care

$$u_C(t) = u_{MF}(t) - E_c$$

și

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = C \frac{du_{MF}(t)}{dt}$$

Dacă se notează $R_g \triangleq r_{gen} + r_{diodă}$, derivarea se realizează cu erori sub 1% atunci când

$$R_g < \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{\omega_0 C}$$

Dar

$$u_{MF}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right]$$

astfel că

$$i(t) = -CU_0 \omega_i(t) \sin[\omega_0 \tau(t)]$$

$$i_e(t) = i(t) \sigma[i(t)]$$

$$i_c(t) = \alpha i(t) \sigma[i(t)]$$

Curentul de colector aplicat grupului $R_d C_d$ determină detecția prin mediere. Prin urmare după filtrare rămâne doar JF,

$$u_e(t) = i_c(t)|_{JF} * z_d(t) = \frac{+\alpha U_0 C \omega_i(t)}{\pi} * z_d(t)$$

unde

$$z_d(t) \longleftrightarrow Z_d(\omega) = \frac{R_d}{1 + j\omega C_d R_d}$$

Dacă la ω_{mM}

$$R_d \leq \frac{1}{\omega_{mM} C_d} \quad (1)$$

atunci

$$Z_d(\omega) = R_d \quad \text{și} \quad u_e(t) = \frac{+\alpha U_0 C R_d}{\pi} \omega_i(t)$$

$$u_{e0}(t) = \frac{+\alpha U_0 C R_d}{\pi} \Delta \omega f(t)$$

Condiția (1), cunoscută de la demodularea semnalelor ML cu ajutorul detectorului prin mediere, cere o valoare pentru C_d mică, dar în acest caz s-ar putea ca să nu fie reținută doar JF.

O a doua condiție care se cere a fi îndeplinită pentru a se realiza o bună filtrare este

$$\frac{1}{\left(f_0 - \frac{B_{MF}}{2} - f_{mM} \right) C_d} \ll R_d \quad (2)$$

Ea se pune astfel încât să fie atenuată suficient cea mai apropiată frecvență radio și cere o valoare pentru C_d mare.

Deci, determinarea lui C_d este critică, așa cum era cunoscut de la demodularea semnalului ML.

Caracteristica statică a demodulatorului este

$$\omega_i(t) \in [\omega_0 - \Delta\omega, \omega_0 + \Delta\omega]$$

Dacă $\omega_0 \gg \Delta\omega$ atunci semnalul util este mult mai mic decât tensiunea de alimentare E_C ,

$$\frac{|u_{e0}(t)|_{\max}}{\Delta\omega} = \frac{E_C}{\omega_c} \leq \frac{E_V}{\omega_0 + \Delta\omega}$$

$$\Rightarrow |u_{e0}(t)|_{\max} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0 + \Delta\omega} E_C \ll E_C$$

În acest caz, rezultă un dezavantaj important: semnalul util folosește doar o porțiune foarte mică din caracteristica statică de demodulare.

b) - Varianta echilibrată

Această variantă elimină dezavantajul variantei neechilibrate prezentat anterior. Schema este:

Condensatorul C_c se alege mare astfel încât să fie scurtcircuit la frecvența ω_0 , rezultând succesiv că:

$$i_2(t) = \frac{u_{MF}(t)}{R} \quad (u_{C_c}(t) \cong E_c)$$

$$i_{c2}(t) = -\alpha i_2(t) \sigma[-i_2(t)] = -\alpha \frac{u_{MF}(t)}{R} \underbrace{\sigma[-u_{MF}(t)]}_{\text{se dezvoltă în SF în raport cu } \tau(t)}$$

$$i_{c2}(t)|_{JF} = \frac{\alpha U_0}{\pi R}$$

Cu condiția $R_d \leq \frac{1}{\omega_{mM} C_d}$ îndeplinită rezultă

$$u_e(t) = \underbrace{\frac{\alpha U_0 C R_d}{\pi} \omega_i(t)}_{\text{comp. det. de } i_{c1}} - \underbrace{\frac{\alpha U_0}{\pi R} R_d}_{\text{comp. det. de } i_{c2}} = \frac{\alpha U_0 C R_d}{\pi} \left[\omega_0 + \Delta\omega f(t) - \frac{1}{RC} \right]$$

și impunând

$$R = \frac{1}{\omega_0 C}$$

se obține

$$u_e(t) = \frac{\alpha U_0 C R_d}{\pi} \underbrace{\Delta\omega f(t)}_{\omega_v(t)}, \quad \text{deci} \quad u_e(t) \sim f(t).$$

Caracteristica statică a demodulatorului este

Se observă că de această dată se poate folosi întreaga zonă liniară a caracteristicii statice ceea ce permite obținerea de nivele mai mari pentru semnalul demodulat de la ieșire.

Observații

1) - În general trebuie folosite tranzistoare și diode cu Ge pentru că au tensiuni de deschidere mici.

2) - Pentru o bună funcționare trebuie avut grijă ca nivelul semnalului aplicat să fie mare, iar impedanța generatorului echivalent care aplică semnalele MF să fie mică.

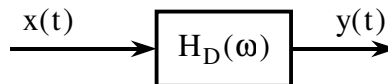
2.4.2 DEMODULATOARE MF CU DERIVARE ÎN DOMENIUL FRECVENȚĂ

Circuitul de derivare are funcția,

$$H_D(\omega) = j\omega$$

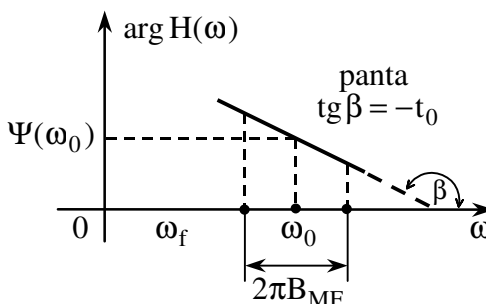
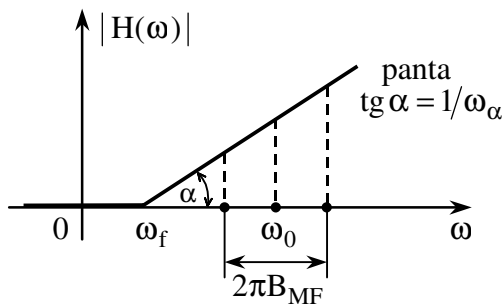
și dacă $x(t)$ este semnalul aplicat, atunci

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$



Pornind de la circuitul de derivare propriu-zis, să vedem cum se poate realiza transformarea $s_{MF}(t) \rightarrow s_{MF+MA}(t)$ cu un circuit cu caracteristicile de frecvență liniare în domeniul de lucru.

Se consideră circuitul care are caracteristicile:



În domeniul frecvențelor pozitive pentru $\omega \in (\omega_0 - \pi B_{MF}, \omega_0 + \pi B_{MF})$, expresia funcției de circuit este

$$H(\omega) = \frac{\omega - \omega_f}{\omega_\alpha} e^{j[(\omega_0 - \omega)t_0 + \psi(\omega_0)]} = \tilde{H}(\omega) - \text{aproximarea de bandă îngustă, deoarece se face referire numai la factorul de circuit din domeniul frecvențelor pozitive.}$$

Semnalului MF

$$u_{MF}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right]$$

i se asociază semnalul analitic

$$\hat{u}_{MF}(t) = U_0 e^{j \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right]}$$

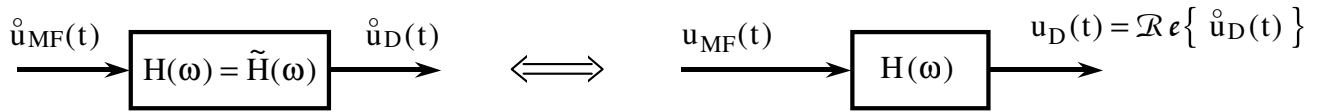
$$\text{unde } \hat{u}_{MF}(t) = u_{MF}(t) + j\hat{u}_{MF}(t)$$

$$\circ i \quad u_{MF}(t) = \text{Re} \{ \hat{u}_{MF}(t) \}$$

a cărei transformată Fourier este prin notație

$$\mathring{u}_{MF}(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} V_{MF}(\omega)$$

Semnalul MF complex se aplică circuitului cu funcția considerată anterior:



Răspunsul circuitului este

$$\begin{aligned} \mathring{u}_D(t) &\xleftrightarrow{\mathcal{F}} V_{MF}(\omega)H(\omega) = V_{MF}(\omega) \left[\frac{\omega - \omega_f}{\omega_\alpha} e^{-j\omega t_0} \right] e^{j[\omega_0 t_0 + \Psi(\omega_0)]} = \\ &= V_{MF}(\omega) \left[\underbrace{\frac{j\omega}{j\omega_\alpha}}_{\text{derivare}} e^{-j\omega t_0} - \underbrace{\frac{\omega_f}{\omega_\alpha}}_{\text{întârziere}} e^{-j\omega t_0} \right] e^{j[\omega_0 t_0 + \Psi(\omega_0)]} \\ \mathring{u}_D(t) &= \left\{ U_0 \frac{j\omega_i(t-t_0)}{j\omega_\alpha} e^{j[\omega_0(t-t_0) + \Delta\omega \int^{t-t_0} f(\theta)d\theta]} - U_0 \frac{\omega_f}{\omega_\alpha} e^{j[\omega_0(t-t_0) + \Delta\omega \int^{t-t_0} f(\theta)d\theta]} \right\} e^{j[\omega_0 t_0 + \Psi(\omega_0)]} = \\ &= U_0 \frac{\omega_i(t-t_0) - \omega_f}{\omega_\alpha} e^{j[\omega_0 t + \Delta\omega \int^{t-t_0} f(\theta)d\theta + \Psi(\omega_0)]} \end{aligned}$$

și conform proprietății de liniaritate a circuitului rezultă

$$u_D(t) = \text{Re} \{ \mathring{u}_D(t) \} = U_0 \frac{\omega_i(t-t_0) - \omega_f}{\omega_\alpha} \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int^{t-t_0} f(\theta)d\theta + \Psi(\omega_0) \right]$$

Concluzii

- Efectele caracteristicii de fază a circuitului ales asupra semnalului sunt:
 - t_0 - afectează modulația semnalului introducând o întârziere;
 - $\Psi(\omega_0)$ - afectează faza.
- Efectul caracteristicii de amplitudine a circuitului este apariția MA în ritmul semnalului modulator. Deci, pentru extragerea informației se poate folosi un detector de envelopă.

Realizarea practică

1) - Demodulator MF cu bobină derivatoare

Cea mai simplă realizare pentru derivarea în frecvență ar fi o *bobină ideală*, care are

$$Z_L(\omega) = j\omega L$$

Dar bobine ideale nu există, deoarece

$$Z_L(\omega) = R_L + j\omega L \Rightarrow |Z_L(\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

și caracteristica este neliniară, distorsiunile introduse asupra anvelopei fiind neacceptabile din care cauză realizarea practică cea mai simplă este cu c.a.d.

2) - Demodulator MF cu c.a.d.

Varianța neechilibrată are schema următoare

Pentru aflarea răspunsului la semnalul MF se folosește metoda cvasistaționară, calculul poate fi găsit în literatura de specialitate

Dacă:

$$x(t) = X_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right] \quad \text{cu} \quad \omega_i(t) = \omega_0 + \Delta \omega f(t)$$

este semnalul MF aplicat la intrarea sistemului, rezultă:

cu $\dot{y}(t)$ dat de relația:

$$\dot{y}(t) = \dot{x}(t) \left\{ H[\omega_i(t)] - \frac{j}{2!} \frac{d\omega_i(t)}{dt} H''[\omega_i(t)] + \frac{1}{3!} \frac{d^2\omega_i(t)}{dt^2} H'''[\omega_i(t)] + \dots \right\}$$

În cazul regimului cvasistaționar se poate scrie:

$$\dot{y}(t) \cong \dot{x}(t) \cdot H[\omega_i(t)]$$

Condițiile de regim cvasistaționar sunt:
$$\begin{cases} \omega_{mM} < \pi B \\ \Delta \omega \cdot \omega_{mM} \ll (\pi B)^2 \end{cases}$$

Aceste condiții au fost deduse pentru:

- semnalul MF cu modulație sinusoidală și
- amplificarea cu c.a.d.

dar ele pot fi generalizate pentru () MF .

Scriind:

$$\begin{aligned} H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\psi_H(\omega)} &\Rightarrow \dot{y}(t) \cong X_0 |H[\omega_i(t)]| e^{j \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta + \psi_H[\omega_i(t)] \right]} \\ &\Rightarrow y(t) = \underbrace{X_0 |H[\omega_i(t)]|}_{Y(t) \rightarrow MA} \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta + \psi_H[\omega_i(t)] \right] \end{aligned}$$

În cazul demodulatorului:

$$\begin{aligned} x(t) = i_{MF}(t) &= I_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right] \\ y(t) = u(t) &= \underbrace{I_0 |Z[\omega_i(t)]|}_{U(t)} \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta + \psi_Z[\omega_i(t)] \right] \end{aligned}$$

unde:

$$|Z(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{cu: } R = R_0 \left\| \frac{R_d}{2} \right\|, \quad x \cong \frac{\omega - \omega_r}{\pi B}$$

Anvelopa tensiunii $u(t)$ este:

$$U(t) = I_0 |\mathcal{Z}[\omega_0 + \Delta\omega f(t)]| = I_0 \left\{ |\mathcal{Z}(\omega_0)| + \underbrace{\frac{\Delta\omega f(t) |\mathcal{Z}(\omega_0)|'}{1!}}_{\text{termen util așa încât trebuie ca } |\mathcal{Z}(\omega_0)|' \text{ - mare}} + \underbrace{\frac{\Delta\omega^2 f^2(t) |\mathcal{Z}(\omega_0)|''}{2!}}_{\text{int rod. dist. nelin. de arm. a 2-a, de aceea treb. ca } |\mathcal{Z}(\omega_0)|'' \text{ - mic}} + \dots \right\}$$

Dacă $|\mathcal{Z}(\omega_0)|'' = 0 \Rightarrow |\mathcal{Z}(\omega_0)|'$ are maxim $\Rightarrow$ deci simultan

$$\begin{cases} \delta_2 \text{ se anulează} \\ \text{eficiența demodulatorului este maximă} \end{cases}$$

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)| = R(1+x_0^2)^{-1/2} \quad x_0 \cong \frac{-\omega_0 - \omega_r}{\pi B}$$

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)|' = -\frac{R}{2\pi B} 2x_0(1+x_0^2)^{-3/2}$$

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)|'' = -\frac{R}{(\pi B)^2} (1+x_0^2)^{-3/2} + \frac{3}{2} \frac{R}{(\pi B)^2} 2x_0^2(1+x_0^2)^{-5/2} = +\frac{R}{(\pi B)^2} (1+x_0^2)^{-5/2} \underbrace{(1+x_0^2 - 3x_0^2)}_{(1+2x_0^2)}$$

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)|''' = \frac{R}{(\pi B)^3} x_0 [1+x_0^2]^{-7/2} [-9+6x_0^2]$$

Pentru a avea:

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)|'' = 0 \Rightarrow 2x_0^2 = 1 \Rightarrow x_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_0 = f_r \pm \frac{B}{2\sqrt{2}}$$

valoare pentru care:

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)| = R\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$|\mathcal{Z}(\omega_0)|'_{\max} = \mp \frac{R}{\pi B} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \mp \frac{R}{\pi B} \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

și rezultă:

$$U(t) = I_0 \left\{ \underbrace{R\sqrt{\frac{2}{3}}}_{\text{c.c.}} \pm \underbrace{\frac{R}{\pi B} \frac{2}{3\sqrt{3}} \Delta\omega f(t)}_{\text{term. util}} \mp \underbrace{\dots}_{\substack{\text{armonici} \\ \delta_2=0, \delta_3 \neq 0 \\ \text{dar se poate cere}}} \right\}$$

$$u_e(t) = \eta_d U(t) = \eta_d I_0 R \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ 1 \mp \frac{\sqrt{2}}{3\pi B} \Delta\omega f(t) \pm \dots \right\}$$

Cele 2 soluții arată că ne putem situa pe caracteristica de amplificare pe una din cele 2 pante.

Modul de proiectare

Se știe:
$$\frac{\omega_0 - \omega_r}{\pi B} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

Se determină: $\delta_3 = f\left(\frac{\Delta\omega}{\pi B}\right)$ (2)

Se fixează: δ_3 (de exemplu 5%) și știind $\Delta\omega_M$ se determină B.

Din (1) rezultă : ω_r .

b) - Varianta echilibrată - are schema:

Frecvențele ω_{r1} și ω_{r2} se aleg egal depărtate de ω_0 așa încât:

$$\omega_{r1,2} = \omega_0 \pm \omega_\Delta$$

$$u_e(t) = \eta_d \frac{n_1}{n_2} I_0 \left\{ |Z_1[\omega_i(t)]| - |Z_2[\omega_i(t)]| \right\}, \quad Z_{1,2} = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - \omega_{r1,2}}{\pi B} \right)^2}}$$

S-au presupus impedanțele la rezonanță egale pentru cele două circuite și rezultă că derivatele de ordin par ale lui Z_1 și Z_2 în ω_0 sunt egale.

$$|Z_1(\omega_0)|^{(2k)} = |Z_2(\omega_0)|^{(2k)}, \quad (\forall) k \in \mathbb{N}$$

Rezultă că distorsiunile de ordin par sunt nule: $\delta_{2k} = 0$.

Punând condiția de anulare a distorsiunii de ordinul 3,

$$\delta_3 = 0 \Rightarrow \frac{\omega_0 - \omega_{r1,2}}{\pi B} = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

și de minimizare pentru $\delta_5 = f\left(\frac{\Delta\omega}{\pi B}\right) \Rightarrow B$ și din relația de mai sus $\omega_{r1,2}$,

iar expresia semnalului de ieșire este

$$u_e(t) = \eta_d \frac{n_1}{n_2} I_0 R \frac{4}{5\pi B} \sqrt{\frac{3}{5}} \Delta\omega f(t) + \dots$$

Observație - Demodulatorul prezentat folosește pentru detecția de anvelopă, detectorul de vârf care are comportare slabă la frecvențe purtătoare mici. De aceea în acest caz se folosește varianta duală cu circuit acordat serie.

Schema variantei echilibrate este:

Detecția de anvelopă se face prin mediere și tensiunea de ieșire se scrie prin dualitate

$$\left. \begin{array}{l} \eta_d \rightarrow \frac{1}{\pi} \\ R \rightarrow \frac{1}{r} \\ I_0 \rightarrow U_0 \end{array} \right\} \Rightarrow u_e(t) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{U_0 R_d}{r} \frac{4}{5\pi B} \sqrt{\frac{3}{5}} \Delta\omega f(t) + \dots$$

Avantaje: - detecția prin mediere permite purtătoare de frecvență mai mică.

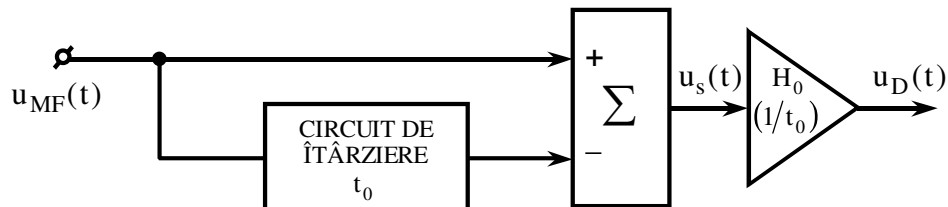
- se poate folosi în loc de circuit acordat serie, cristale de cuarț cu bună stabilitate în timp a caracteristicilor (frecvența centrală, etc.).

2.4.3 DEMODULATOARE MF CU DERIVARE ÎN DOMENIUL TIMP

Folosind relația,

$$\frac{du_{MF}(t)}{dt} = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{u_{MF}(t) - u_{MF}(t - t_0)}{t_0}$$

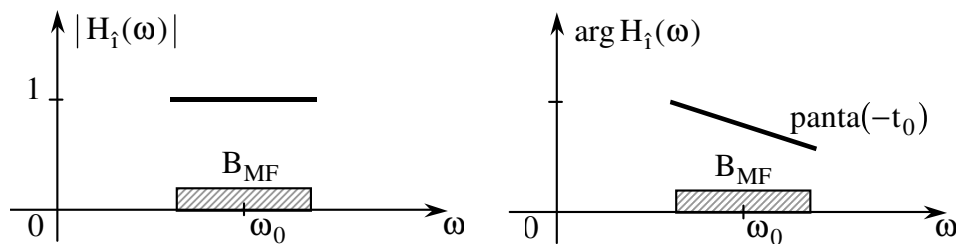
se poate realiza schema de principiu pentru derivarea semnalului MF prin întârziere.



Aproximarea semnalului derivat este cu atât mai bună cu cât t_0 este mai mic, dar apare necesitatea unui amplificator cu amplificare mare.

Problema de rezolvat: cât de mare se poate lua t_0 pentru ca aproximarea derivării să fie rezonabilă?

Întârzierea semnalului se poate realiza cu un circuit trece tot, având caracteristicile de frecvență în domeniul semnalului MF de forma:



Funcția de transfer corespunzătoare acestor caracteristici este

$$H_1(\omega) = e^{j[(\omega_0 - \omega)t_0 + \Psi(\omega_0)]} \quad \text{pentru } \omega \in (\omega_0 - \pi B_{MF}, \omega_0 + \pi B_{MF})$$

$$H_1(-\omega) = H_1^*(\omega)$$

Pentru

$$s_{MF}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^t f(\theta) d\theta \right]$$

și pe baza calculelor de la demodularea MF cu derivare în domeniul frecvență rezultă,

$$u_1(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta \omega \int^{t-t_0} f(\theta) d\theta + \Psi(\omega_0) \right]$$

După sumator se obține

$$u_s(t) = u_{MF}(t) - u_1(t) = \underbrace{-2U_0 \sin \left[\frac{\Delta \omega}{2} \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta - \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right]}_{\text{MA-utilă}} \underbrace{\sin [\omega_0 t + \dots]}_{\text{MF care nu interesează}}$$

Interesează anvelopa reținută de detectorul de anvelopă ce urmează blocului de derivare,

$$U_s(t) = 2U_0 \left| \sin \left[\frac{\Delta \omega}{2} \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta - \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right] \right|$$

și anume, în ce măsură variația acestei anvelope este proporțională cu semnalul modulator, adică

cu $\Delta\omega f(t)$.

Pentru aceasta se consideră mai întâi funcția,

$$g(t) \triangleq \frac{\Delta\omega}{2} \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta = \frac{\Delta\omega}{2} \int^t f(\theta) d\theta - \frac{\Delta\omega}{2} \int^{t-t_0} f(\theta) d\theta$$

$$g(t) \longleftrightarrow G(\omega) = \frac{\Delta\omega}{2} \frac{F(\omega)}{j\omega} (1 - e^{-j\omega t_0}) = F(\omega) \cdot H_D(\omega)$$

$$\Rightarrow H_D(\omega) = \frac{\Delta\omega}{2} t_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega t_0}{2}\right) e^{-j\omega t_0/2}$$

Caracteristicile de frecvență pentru $H_D(\omega)$ sunt:

Se constată că dacă spectrul funcției

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega),$$

satisface condiția,

$$\frac{\omega_{mM} t_0}{2} \leq 1 \text{ (radiani)} \Rightarrow t_0 \leq \frac{2}{\omega_{mM}} \quad (1)$$

atunci $|H_D(\omega)| \simeq \text{ct}$ (variație de cel mult 1,5 dB).

În acest caz,

$$H_D(\omega) \approx \frac{\Delta\omega t_0}{2} e^{-j\omega t_0/2} \Rightarrow G(\omega) \longleftrightarrow g(t) = \frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right)$$

Cu acest rezultat anvelopa devine

$$U_s(t) = 2U_0 \left| \sin \left[\frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) - \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right] \right| =$$

$$= 2U_0 \left| \sin \left[\frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \right] \cos \frac{\Psi(\omega_0)}{2} - \cos \left[\frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \right] \sin \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right|$$

Dacă

$$\frac{\Delta\omega_M t_0}{2} \leq 0,2 \text{ (radiani)} \Rightarrow t_0 \leq \frac{0,4}{\Delta\omega_M} \quad (2)$$

atunci

$$U_s(t) = 2U_0 \left[\underbrace{\frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \cos \frac{\Psi(\omega_0)}{2}}_{\text{termen care își schimbă}} - \underbrace{\sin \frac{\Psi(\omega_0)}{2}}_{\text{termen care își păstrează}} \right]$$

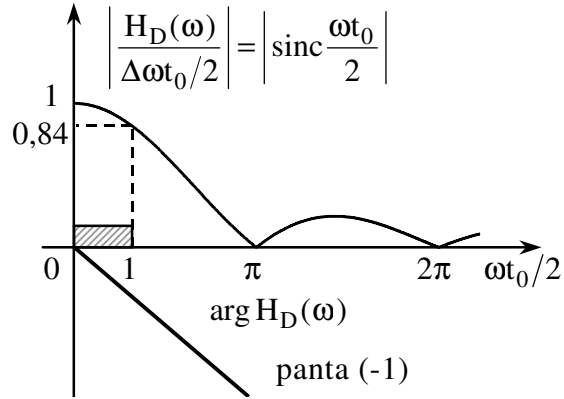
semnul ($f(t) \geq 0$)

Ca anvelopa să aibă legea de variație a expresiei de sub modul, este necesar ca această expresie să nu schimbe de semn. Condiția necesară este

$$\left| \sin \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right| > \frac{\Delta\omega t_0}{2} \left| \cos \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right| \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \left| \operatorname{tg} \frac{\Psi(\omega_0)}{2} \right| > \frac{\Delta\omega t_0}{2} \Big|_{\max} = 0,2$$

sau

$$|\Psi(\omega_0)| > 0,4 \text{ (radiani)} \quad (3)$$



Se obișnuiește să se lucreze cu $\psi(\omega_0) = \pm \frac{\pi}{2}$ - semnul ales nu modifică cu nimic rezultatul final cu excepția unei schimbări de fază, care va fi 0 sau 180°.

Cu această valoare, expresia anvelopei devine

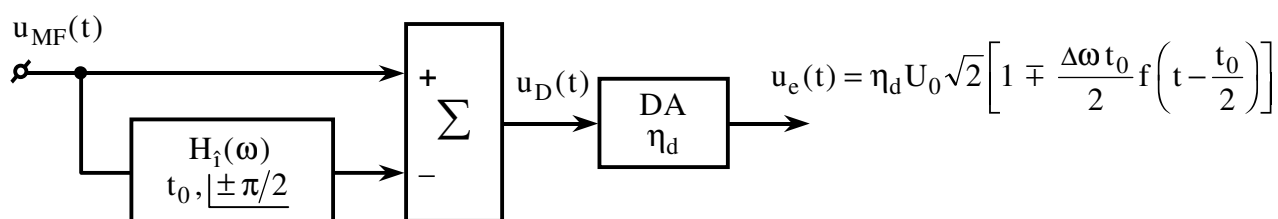
$$U_s(t) = 2U_0 \left| \frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = U_0 \sqrt{2} \left[1 \mp \frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \right]$$

are valori mici în raport cu 1,
dar variază în ritmul semnalului
modulator

Semnalul obținut la ieșirea derivatorului prin întârziere se aplică detectorului de anvelopă, astfel că

$$u_e(t) = \eta_d \frac{U_0 \sqrt{2}}{t_0} \left[1 \mp \frac{\Delta\omega t_0}{2} f\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \right]$$

Prin urmare schema bloc a demodulatorului MF (se renunță la blocul de amplificare), este



unde - t_0 trebuie să satisfacă condițiile (1) și (2);

$$- \psi(\omega_0) = \arg H_f(\omega_0) = \pm \frac{\pi}{2}.$$

Procedeul folosit de acest demodulator este indicat pentru frecvențe purtătoare foarte înalte, unde întârzierile necesare se obțin ușor cu tronsoane de linii și ghiduri.

Varianța echilibrată

$$u_e(t) = \eta_d U_0 \sqrt{2} \Delta\omega t_0 f\left(t - \frac{t_0}{2}\right)$$

Deoarece $\frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \pi$, atunci defazarea cu $\frac{\pi}{2}$ se poate obține din defazarea cu $-\frac{\pi}{2}$ și o schimbare de semn, astfel că o variantă mai simplă este

Exemplu: Pentru RD în gama de UUS:

$$f_{mM} = 10 \text{ kHz}, \quad \Delta f = 50 \text{ kHz}$$

și condițiile sunt:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad t_0 \leq \frac{2}{2\pi \cdot 10^4} = 32 \mu\text{s} \\ (2) \quad t_0 \leq \frac{0,4}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^4} = 1,27 \mu\text{s} \end{array} \right\} \Rightarrow t_0 < 1,27 \mu\text{s}$$

Cu linii de construcție specială se pot obține întârzieri de $3 \mu\text{s}/\text{m}$.

Scheme practice

1) - Discriminatorul de fază (Foster - Seely, 1937)

Acest demodulator poate fi considerat ca având funcționarea bazată pe principiul obținerii derivării prin întârziere.

Schema este

Priza din secundar este priză mediană.

Convertorul: - este format din două circuite L_1, C_1 și L_2, C_2 cuplate mutual prin M și capacitiv prin C_3 . Ele sunt acordate pe aceeași frecvență egală cu a purtătoarei;

- condensatorul de cuplaj C_3 are rolul de a transmite tensiunea $\underline{U}_1$ la bornele bobinei șoc L_3 , blocând totodată curentul continuu din primar pentru a nu ajunge pe diode. Rezultă că C_3 trebuie să aibă reactanță mică (deci C_3 de valoare mare);
- bobina de șoc apare practic în paralel pe circuitul primar (a-b și c-d în scurtcircuit pentru frecvența radio), dar pentru a nu șunta primarul: $L_3 \gg L_1, L_2$. Bobina L_3 pe lângă rolul de a aplica tensiunea $\underline{U}_1$ simultan celor două demodulatoare de anvelopă, închide și calea de curent continuu pentru aceste detectoare.

Pentru o funcționare corectă trebuie să existe o bună simetrie între cele două ramuri ale discriminatorului.

Scriind relațiile fazoriale pe cele două ochiuri se obține:

$$\underline{U}_{D1} = \underline{U}_1 + \frac{\underline{U}_2}{2}, \quad \underline{U}_{D2} = \underline{U}_1 - \frac{\underline{U}_2}{2}$$

Pentru circuitele cuplate scriind ecuația tensiunii la nodul din secundar se obține succesiv:

$$-Y_c \underline{U}_1 + Y_2 \underline{U}_2 = 0$$

$$\underline{U}_2 = \frac{jB_M}{Y_2} \underline{U}_1$$

$$H_D(\omega) = \frac{\pm \underline{U}_2/2}{\underline{U}_1} = \frac{\pm jB_M}{2Y_2} = \frac{\pm jg\sqrt{G_1 G_2}}{2G_2(1+jx_2)} = \frac{\pm jg}{2(1+jx_2)} \sqrt{\frac{G_1}{G_2}}, \quad g \triangleq \frac{|B_c|}{\sqrt{G_1 G_2}}, \quad B_c > 0$$

dar

$$g\sqrt{\frac{G_1}{G_2}} = k\sqrt{Q_1 Q_2} \cdot \sqrt{\frac{G_1 \omega_0 C_2}{G_2 \omega_0 C_1}} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = kQ_2 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}, \quad x_2 = \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega_0} Q_2 = \frac{\omega - \omega_0}{\pi B_2}, \quad B_2 \triangleq \frac{f_0}{Q_2}$$

și

$$H_D(\omega) = \frac{\pm jkQ_2 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}}{2(1+jx_2)} = \frac{kQ_2}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega - \omega_0}{\pi B_2}\right)^2}} e^{-j\left(\arctg \frac{\omega - \omega_0}{\pi B_2} \mp \frac{\pi}{2}\right)}$$

Se constată că tensiunea $u_2(t)$ este defazată cu $\pi/2$ și are o întârziere t_0 față de tensiunea $u_1(t)$.

Pentru ca circuitele cuplate să aibă rolul circuitului de întârziere ideal este necesar ca $|H_D(\omega)| = 1$ în domeniul de frecvență ocupat de semnalul MF.

Dacă sunt îndeplinite condițiile:

$$\begin{cases} \frac{\pi B_{MF}}{\pi B_2} \leq 0,2 \\ \frac{kQ_2}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 1 \end{cases} \Rightarrow H_D(\omega) \cong e^{j\left[(\omega_0 - \omega) \frac{1}{\pi B_2} \mp \frac{\pi}{2}\right]}$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{1}{\pi B_2}, \quad \psi(\omega_0) = \mp \frac{\pi}{2}$$

Deci, discriminatorul de fază corespunde ultimei forme a schemei bloc de demodulator MF cu derivare prin întârziere, varianta echilibrată, astfel că

$$u_e(t) = \eta_d U_0 \frac{\sqrt{2}}{\pi B_2} \Delta \omega f\left(t - \frac{1}{2\pi B_2}\right), \quad B_2 = \frac{f_0}{Q_2}$$

pentru care condițiile sunt:

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & \frac{1}{\pi B_2} \leq \frac{2}{2\pi f_{mM}} \Rightarrow f_{mM} \leq B_2 \\ (2) \quad & \frac{1}{\pi B_2} \leq \frac{0,4}{2\pi \Delta f_M} \Rightarrow \Delta f_M \leq 0,2 B_2 \\ (3) \quad & \frac{B_{MF}}{B_2} \leq 0,2 \Rightarrow B_{MF} \leq 0,2 B_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{- cea mai restrictivă este (3),} \\ & \Rightarrow 5B_{MF} \leq B_2 \end{aligned}$$

Observații

- Metoda de analiză a discriminatorului de fază prezentată, nu determină expresia caracteristicii statice de demodulare (caracteristica în S), deci nici posibilitatea de determinare a distorsiunilor.

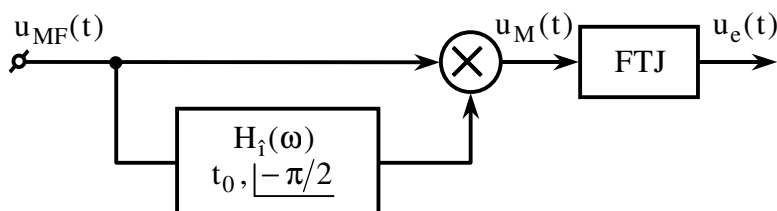
- Metoda, prin condițiile impuse, permite folosirea numai a zonei liniare, deci asigură distorsiuni mici.

- Concluzia care se desprinde din analiza efectuată este că și circuitele cuplate pot realiza

derivarea prin întârziere dacă se respectă anumite condiții.

2) - Demodulatorul MF cu circuit de întârziere și detecție sincronă

Schema de principiu este:



S-a renunțat la sumator, fiind înlocuit cu un multiplicator urmat de un FTJ.

$$u_{MF}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta)$$

$$u_1(t) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{t-t_0}^{t-t_0} f(\theta) d\theta - \frac{\pi}{2}\right) = U_0 \sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{t-t_0}^{t-t_0} f(\theta) d\theta\right)$$

$$u_M(t) = -\frac{k_M U_0^2}{2} \left[\sin\left(\Delta\omega \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta\right) - \underbrace{\sin(2\omega_0 t + \dots)}_{\text{comp. tăiată de FTJ}} \right]$$

Dacă $t_0 \leq \frac{2}{\omega_{mM}}$ și $t_0 \leq \frac{0,2}{\Delta\omega_M}$ (în ultima condiție nu apare 0,4 deoarece în expresia lui

$$g(t) = \frac{\Delta\omega}{2} \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta \text{ trebuie înlocuit } \frac{\Delta\omega}{2} \rightarrow \Delta\omega)$$

atunci

$$u_e(t) = -\frac{k_M U_0^2}{2} \Delta\omega f\left(t - \frac{t_0}{2}\right)$$

Se constată că tensiunea de ieșire nu conține componentă continuă.

Acest procedeu de demodulare a stat la baza realizării CI - TAA 661 conceput inițial pentru a fi utilizat la demodularea MF a sunetului din receptoarele TV.

Schema bloc a CI - TAA 661 este:

Condensatoarele C_2, C_5, C_7 sunt de decuplare.

Amplificatoarele de la intrare realizează și limitarea semnalului pentru eliminarea MA-ului parazit și este constituit dintr-un lanț de 4 etaje cu structură diferențială.

Multiplicatorul este realizat cu celulă Gilbert și lucrează la nivele mari, în comutație, având de fapt rolul unui detector sensibil la fază.

Rețeaua formată din C_s în serie cu circuitul derivație realizează defazarea cu $-\pi/2$ și întârzierea cu t_0 .

Etajul de ieșire este un repetor pe emitor și asigură cuplarea cu sarcini având valori într-o plajă mai largă. FTJ se realizează cu o rezistență internă și capacitate C_1 (este un filtru RC).

Pentru rețeaua de defazare

se poate scrie

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z(\omega)}{Z(\omega) + \frac{1}{j\omega C_s}} = \frac{j\omega C_s}{j\omega C_s + \frac{1}{Z(\omega)}} = \frac{j\omega C_s}{j\omega(C_s + C_d) + \frac{1}{j\omega L} + G} = \frac{j\omega C_s}{G(1 + jx)}$$

numitorul = impedanța c.a.d. având: $(C_s + C_d), L, R$

$$\text{Dacă } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C_s + C_d)}} \Rightarrow x = \frac{\omega - \omega_0}{\pi B}$$

unde

$$B = \frac{f_0}{Q}, \quad Q = \omega_0(C_s + C_d)R$$

și

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_s}{C_s + C_d} \cdot \frac{\omega(C_s + C_d)}{G} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\pi B}\right)^2}} e^{-j\left(\arctg \frac{\omega - \omega_0}{\pi B} - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$\cong Q$ deoarece ω variază în jurul lui ω_0

Impunând condiția știută,

$$B_{MF} \leq 0,2 B \quad \xRightarrow{\text{sau}} \quad B \geq 5 B_{MF}$$

rezultă

$$\frac{U_2}{U_1} = Q \frac{C_s}{C_s + C_d} e^{j\left[(\omega_0 - \omega)\frac{1}{\pi B} + \frac{\pi}{2}\right]}, \quad |H(\omega)| \neq 1 \text{ dar constant,}$$

$$t_0 = \frac{1}{\pi B}, \quad \psi(\omega_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$u_2(t) = \frac{C_s}{C_s + C_d} Q U_1 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int_{t-t_0}^t f(\theta) d\theta + \frac{\pi}{2} \right] = u_1(t)$$

Raportul C_s / C_d și Q se aleg astfel încât $u_2(t)$ să aibă nivelul necesar funcționării în comutație a multiplicatorului analogic.

Observații

Demodulatorul cu TAA 661 mai poartă și numele de *discriminator prin coincidență*, deoarece multiplicatorul analogic face discriminarea comparând semnele de la intrare și oferind la ieșire o succesiune de impulsuri modulate natural în frecvență, dar și în durată ($MIF_n + MID$) unde duratele impulsurilor sunt egale cu intervalele de timp în care există coincidența valorilor pozitive ale semnalului nedefazat cu valorile negative ale semnalului defazat.

MA datorată circuitului de defazare este eliminată deoarece multiplicatorul lucrează în comutație.

Semnalul de la ieșire are componenta medie (JF) direct proporțională cu modulația în durată, proporțională la rândul ei cu MP obținută din MF. Extragerea acestei componente se face cu un FTJ, așa cum este cunoscut.

2.5 PERFORMANȚE DE RAPORT S/Z LA COMUNICAȚIILE CU MF

La un sistem de comunicații, informația obținută la recepție este afectată de perturbații de diferite tipuri:

- perturbații de interferență,
- perturbații de impulsuri,
- perturbații de fluctuații,

care se însumează la intrarea receptorului cu semnalul util.

În cadrul acestui paragraf se va analiza numai efectul perturbațiilor de fluctuații datorate în principal zgomotului dat de partea rezistivă a impedanței de intrare în receptor și de primul etaj activ al receptorului.

2.5.1 MODELUL RECEPTORULUI

Schema receptorului este

Zgomotul de fluctuații care se însumează cu semnalul util se presupune de tip gaussian cu DSP constantă, N_0 [W / Hz] (adică zgomot alb), ce depinde de:

- rezistența echivalentă de la intrare;
- temperatură (exprimată în grade Kelvin).

Amplificatorul selectiv se consideră ca fiind un FTBI - cu:

- frecvența centrală egală cu f_0 ;
- lărgimea de bandă egală cu a semnalului modulat: $B = B_{MF}$;
- amplificare oarecare - deoarece raportul semnal/zgomot nu depinde de aceasta.

Zgomotul obținut la ieșirea AS este un zgomot de bandă îngustă care (conform celor studiate la TTI) se mai poate scrie:

$$z(t) = x(t)\cos\omega_0 t - y(t)\sin\omega_0 t$$

unde $x(t)$ și $y(t)$:

- sunt zgomote albe la JF;
- sunt necorelate;
- au distribuție tot gaussiană;
- au DSP-urile egale,

$$x(t), y(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} w_x(\omega) = w_y(\omega) = \begin{cases} 2N_0 & \text{pentru } \omega \in [0, \pi B_{MF}] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Expresia zgomotului mai poate fi scrisă și sub forma,

$$z(t) = R(t)\cos[\omega_0 t + \theta(t)]$$

unde:

$$R(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad \text{și satisface distribuția Rayleigh conform căreia}$$

$$P(R < R_0) = 1 - e^{-\frac{R_0^2}{2\sigma^2}}, \quad \sigma^2 = N_0 B_{MF}$$

$$\theta(t) = \arctg \frac{y(t)}{x(t)} \quad \text{care ia valoare uniform distribuită în intervalul } \theta \in (-\pi, \pi).$$

Semnalul sumă de la ieșirea AS va fi un semnal MF+MA. MA-ul este eliminat cu ajutorul limitatorului LIM.

FTJ conectat la ieșirea demodulatorului se consideră ideal având $\omega_t = \omega_{mM}$.

- Raportul semnal/zgomot de la intrare se evaluează după sistemul selectiv,

$$\left. \frac{S}{Z} \right|_{\text{intrare}} = \frac{P_{si}}{P_{zgi}}, \quad P_{si} \quad \text{- se evaluează când zgomotul este nul,}$$

$$P_{si} = \left[\widetilde{u_{MF}(t) + z(t)} \right]^2 \Big|_{z(t)=0}$$

P_{zgi} - se evaluează când nu există semnal util,

$$P_{zgi} = \left[\widetilde{u_{MF}(t) + z(t)} \right]^2 \Big|_{u_{MF}(t)=0}$$

Pentru:

$$u_{MF}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \Phi(t)], \quad \Phi(t) = \Delta\omega \int^t f(\theta) d\theta \Rightarrow P_{si} = \frac{U_0^2}{2}$$

$$P_{zgi} = N_0 B_{MF}$$

- Raportul semnal/zgomot la ieșire se evaluează după operația de demodulare,

$$\left. \frac{S}{Z} \right|_{ieșire} = \frac{P_{se}}{P_{zge}}, \quad \begin{array}{l} P_{se} \text{ - se evaluează în lipsa zgomotului} \\ P_{zge} \text{ - se evaluează în cazul când semnalul este nemodulat.} \end{array}$$

2.5.2 EFECTUL DE CAPTARE

La ieșirea AS, semnalul este

$$u(t) = u_{MF}(t) + z(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \Phi(t)] + R(t) \cos[\omega_0 t + \theta(t)] = U(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t)]$$

După limitator se obține un semnal cu amplitudine constantă,

$$u_L(t) = U_L \cos[\omega_0 t + \Psi(t)]$$

Semnalul la ieșirea demodulatorului este proporțional cu partea variabilă a frecvenței instantanee,

$$u_e(t) = k \frac{d\Psi(t)}{dt} \text{ de unde rezultă necesitatea determinării mai întâi a lui } \Psi(t).$$

Pentru aceasta este convenabil să se lucreze în complex simplificat, adică să se însumeze anvelopele complexe ale semnalului și zgomotului (vezi figura),

$$\begin{cases} \underline{U}_{MF}(t) = U_0 e^{j\Phi(t)} \\ \underline{Z}(t) = R(t) e^{j\theta(t)} \end{cases}$$

$$\underline{U}(t) = \underline{U}_{MF}(t) + \underline{Z}(t) = U(t) e^{j\Psi(t)}$$

de unde interesează numai,

$$\Psi(t) = \Phi(t) + \arctg \frac{R(t) \sin[\theta(t) - \Phi(t)]}{U_0 + R(t) \cos[\theta(t) - \Phi(t)]}$$

- **Cazul P_{si} / P_{zgi} - mare** (adică în majoritatea timpului $U_0 \gg R(t)$)

În acest caz:

$$R(t) \cos[\theta(t) - \Phi(t)], \quad R(t) \sin[\theta(t) - \Phi(t)] \ll U_0$$

și folosind aproximația $\arctg x \cong x$ pentru x mic, se obține

$$\psi(t) \cong \Phi(t) + \frac{R(t)}{U_0} \sin[\theta(t) - \Phi(t)] = \Phi(t) + \frac{\alpha(t)}{U_0},$$

$$u_e(t) = k \frac{d\psi(t)}{dt} = \underbrace{k \Delta \omega f(t)}_{\text{semnal util}} + \underbrace{k \frac{\dot{\alpha}(t)}{U_0}}_{\text{termen ce constituie efectul zgomotului}}$$

Deci în acest caz se pune în evidență semnalul la ieșire, dar și efectul zgomotului și se spune că *recepția este captată de semnal*.

Nu sunt analizate acum performanțele, ci s-a căutat numai scoaterea în evidență a efectului de captare.

- **Cazul P_{si} / P_{zgi} - mic** (adică $U_0 < R(t)$ - în majoritatea timpului)

Diagrama fazorială pentru acest este

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \theta(t) + \arctg \frac{U_0 \sin[\Phi(t) - \theta(t)]}{R(t) + U_0 \cos[\Phi(t) - \theta(t)]} \cong \\ &\cong \theta(t) + \frac{U_0}{R(t)} \sin[\Phi(t) - \theta(t)], \end{aligned}$$

$$u_e(t) = k \frac{d\psi(t)}{dt} = k \dot{\theta}(t) + k \frac{U_0}{R(t)} [\Delta \omega f(t) - \dot{\theta}(t)] \cos[\Phi(t) - \theta(t)] - k \frac{U_0 \dot{R}(t)}{R^2(t)} \sin[\Phi(t) - \theta(t)]$$

Se constată că nu există un termen care să varieze proporțional cu semnalul modulator (termenul ce conține $\Delta \omega f(t)$ se înmulțește cu factori ce au variație aleatoare).

În acest caz se spune că a avut loc fenomenul de *captare a recepției de către zgomot*.

2.5.3 PERFORMANȚELE RECEPȚIEI ÎN CONDIȚIILE RAPORTULUI SEMNAL/ZGOMOT MARE LA INTRARE

În cazul semnal/zgomot mare s-a determinat că

$$u_e(t) = \Delta \omega f(t) + \frac{\dot{\alpha}(t)}{U_0}, \quad \alpha(t) = R(t) \sin[\theta(t) - \Phi(t)]$$

unde s-a luat $k = 1$ pentru simplitate.

- Raportul semnal /zgomot la ieșire:

$$P_{se} = \overline{u_e^2(t)} \Big|_{R(t)=0} = \Delta \omega^2 \overline{f^2(t)} \xrightarrow[\text{semnal modulator sinusoidal}]{f(t) = \cos \omega_m t} P_{se} = \frac{\Delta \omega^2}{2}$$

(fără zgomot)

$$P_{zge} = \overline{u_e^2(t)} \Big|_{\Delta \omega=0} = \frac{\overline{\dot{\alpha}^2(t)}}{U_0^2} = \frac{1}{U_0^2} \overline{\dot{y}^2(t)}$$

(purt. nemod.)

deoarece

$$\alpha(t) \Big|_{\Delta \omega=0 \Rightarrow \Phi(t)=0} = R(t) \sin \theta(t) = y(t)$$

adică amplitudinea componentei în cuadratură a zgomotului de bandă îngustă.

Dar

$$y(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} w_y(\omega) = \begin{cases} 2N_0 & \text{pentru } \omega \in (0, \pi B_{MF}) \\ 0 & \text{pentru rest} \end{cases}$$

$$\dot{y}(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} w_{\dot{y}}(\omega) = |H_D(\omega)|^2 w_y(\omega) = \omega^2 w_y(\omega) \quad (\text{teorema Wiener - Hincin})$$

și presupunând zgomotul un proces ergodic, atunci

$$P_{zge} = \frac{1}{U_0^2} \overline{\dot{y}^2(t)} = \frac{1}{U_0^2} \underbrace{\overline{\dot{y}^2(t)}}_{\text{media statistică pe ansamblu}}$$

și având în vedere că puterea procesului ergodic după FTJ este

$$\underbrace{\overline{\dot{y}^2(t)}}_{\text{funcția de autocorelație}} = R_{\dot{y}}(\tau)|_{\tau=0} = \mathcal{F}^{-1}\{w_{\dot{y}}(\omega)\}_{\tau=0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{mM}} \omega^2 2N_0 d\omega = \frac{N_0}{3\pi} \omega_{mM}^3$$

rezultă că

$$P_{zge} = \frac{N_0}{3\pi U_0^2} \omega_{mM}^3$$

iar

$$\left. \frac{S}{Z} \right|_{ie^{ire}} = \frac{P_{se}}{P_{zge}} \underset{\substack{\text{în cazul semnalului} \\ \text{modulator sinusoidal}}}{\uparrow} = \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{U_0^2 \Delta \omega^2}{N_0 \omega_{mM}^3} = 3 \left(\frac{\Delta \omega_M}{\omega_{mM}} \right)^2 \frac{U_0^2}{4N_0 f_{mM}} = 3\beta_{tr}^2 \cdot \frac{U_0^2}{4N_0 f_{mM}}$$

- Raportul semnal/zgomot la intrare:

$$P_{si} = \frac{U_0^2}{2}, \quad P_{zgi} = \overline{z^2(t)} = \overline{z^2(t)} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \pi B_{MF}}^{\omega_0 + \pi B_{MF}} N_0 d\omega = N_0 B_{MF} = \sigma^2$$

$$\left. \frac{S}{Z} \right|_{intrare} = \frac{P_{si}}{P_{zgi}} = \frac{U_0^2}{2N_0 B_{MF}}$$

Factorul de îmbunătățire la transmisia MF în cazul semnalului *modulator sinusoidal* este

$$\rho_{MF} = \frac{P_{se} / P_{zge}}{P_{si} / P_{zgi}} = 3\beta_{tr}^2 \frac{B_{MF}}{2f_{mM}}$$

Aplicație

În RD la transmisiile în UUS:

$$\Delta f_M = 50 \text{ kHz}, \quad f_{mM} = 10 \text{ kHz}, \quad B_{MF} = 160 \text{ kHz}$$

$$\Rightarrow \rho_{MF} = 3 \cdot 25 \frac{160}{2 \cdot 10} = 600 \quad \text{o îmbunătățire foarte, foarte bună.}$$

Pentru a scoate în evidență avantajul transmisiilor cu MF, este necesară o comparație cu transmisiunile cu MA.

Cu aceleași valori pentru U_0 și f_{mM} ca la transmisia MF și considerând cazul semnal/zgomot la intrare - mare, se poate scrie pentru transmisia MA că

$$u_i(t) = u_{MA}(t) + z(t) = [U(t) + x(t)] \cos \omega_0 t - y(t) \sin \omega_0 t = U_i(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$$

unde $U(t) = U_0[1 + mf(t)]$.

Interesează

$$U_i(t) = \sqrt{[U(t) + x(t)]^2 + y^2(t)} = U(t) \sqrt{1 + 2 \frac{x(t)}{U(t)} + \left[\frac{R(t)}{U(t)} \right]^2} \cong U(t) \left[1 + \frac{x(t)}{U(t)} \right] = U(t) + x(t)$$

La ieșirea detectorului de anvelopă, după eliminarea componentei continue, rezultă

$$u_{e0}(t) = \eta_d [U_0 m f(t) + x(t)],$$

$$P_{se} = \eta_d^2 U_0^2 m^2 \overline{f^2(t)} \stackrel{m=1}{=} \eta_d^2 U_0^2 \overline{f^2(t)}$$

$$P_{zge} = \eta_d^2 \overline{x^2(t)} = \eta_d^2 \overline{x^2(t)} = \eta_d^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi B_{MA}} 2N_0 d\omega = \eta_d^2 N_0 B_{MA} = \eta_d^2 N_0 2f_{mM}$$

$$\left. \frac{P_{se}}{P_{zge}} \right|_{MA} = \frac{U_0^2 \overline{f^2(t)}}{2N_0 f_{mM}}$$

și

$$\left. \frac{P_{se}}{P_{zge}} \right|_{MF} = 3\pi \frac{\Delta\omega^2 \overline{f^2(t)} U_0^2}{N_0 \omega_{mM}^3} = 3\beta_{tr}^2 \frac{U_0^2 \overline{f^2(t)}}{2N_0 f_{mM}} = 3\beta_{tr}^2 \cdot \left. \frac{P_{se}}{P_{zge}} \right|_{MA}$$

Deci factorul de îmbunătățire la transmiterea cu MF față de cea cu MA este

$$\rho_{MF/MA} = 3\beta_{tr}^2$$

2.5.4 ACCENTUAREA ȘI DEZACCENTUAREA LA TRANSMISIUNEA MF

Pentru

$$\left. \frac{S}{Z} \right|_{\text{intrare}} \text{ mare} \Rightarrow u_e(t) = \Delta\omega f(t) + \underbrace{\frac{\dot{\alpha}(t)}{U_0}}_{\substack{\text{termenul care dă zgomotul} \\ \text{la ieșire în absența modulației}}}$$

$$z_d(t) = \left. \frac{\dot{\alpha}(t)}{U_0} \right|_{\Delta\omega=0} = \frac{\dot{y}(t)}{U_0} \longleftrightarrow w_{zd}(\omega) = \begin{cases} \omega^2 \frac{2N_0}{U_0^2}, & \omega \in (0, \pi B_{MF}) \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Se observă că la frecvențe superioare, acolo unde componentele spectrale ale semnalului util sunt mici, zgomotul este mare.

Deci după demodulare, raportul semnal/zgomot este mult mai mic la frecvențe superioare decât la cele inferioare.

Pentru a elimina acest neajuns s-au conceput operațiile:

- de *accentuare* a semnalului util la emisie;
- de *dezaccentuare* a semnalului util și zgomotului la recepție.

Accentuarea la emisie

Accentuarea la emisie se efectuează asupra frecvențelor superioare ale semnalului modulator, lăsând frecvențele din partea de jos nemodificate, egalizând în acest fel distribuția

energiei în toată banda ocupată, și ca urmare $\Delta\omega_M$ nu va fi depășit (s-au accentuat componentele de energie mică).

Rețeaua folosită pentru accentuare și caracteristica sa de transfer Bode sunt:

$$\tau = RC = 75 \mu s \Rightarrow f_j = 2,1 \text{ kHz}$$

$$\tau' = rc \ll \tau \Rightarrow f_s = f_{mM}$$

Analiza statistică arată că accentuarea componentelor mai mari 2,1 kHz practic nu afectează valoarea lui $\Delta\omega$.

Dezaccentuarea la recepție

Pentru refacerea semnalului util la recepție, după demodulare, trebuie realizată operația inversă, dezaccentuarea, care să compenseze caracteristica de transfer a circuitului de accentuare.

Dar odată cu dezaccentuarea componentelor semnalului util sunt dezaccentuate și componentele de zgomot, obținându-se în acest fel o îmbunătățire a raportului semnal/zgomot în domeniul frecvenței superioare.

Rețeaua de dezaccentuare și caracteristica de transfer Bode sunt:

$$H_{\text{dezacc.}}(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

Prin accentuare/dezaccentuare, semnalul util nu suferă modificări (operațiile se compensează).

Să analizăm ce se întâmplă cu zgomotul,

$$\begin{aligned} P_{\text{zge dezacc.}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{mM}} w_{zd}(\omega) |H_{\text{dezacc.}}(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{mM}} \frac{2N_0}{U_0^2} \frac{\omega^2}{1 + (\tau\omega)^2} d\omega = \\ &= \frac{\omega\tau=x}{\pi U_0^2 \tau^3} \frac{N_0}{\pi U_0^2 \tau^3} \int_0^{\tau\omega_{mM}} \frac{x^2 dx}{1 + x^2} = \frac{N_0}{\pi U_0^2 \tau^3} [\tau\omega_{mM} - \arctg(\tau\omega_{mM})] \end{aligned}$$

Raportul de îmbunătățire:

$$\rho_d = \frac{P_{\text{zge}}}{P_{\text{zge dezacc.}}} = \frac{\frac{N_0}{3\pi U_0^2} \omega_{mM}^3}{\frac{N_0}{\pi U_0^2 \tau^3} [\tau\omega_{mM} - \arctg(\tau\omega_{mM})]} = \frac{(\tau\omega_{mM})^3}{3[\tau\omega_{mM} - \arctg(\tau\omega_{mM})]} \cong \frac{(\tau\omega_{mM})^2}{3}$$

unde s-a făcut aproximarea $\tau\omega_{mM} - \underbrace{\arctg(\tau\omega_{mM})}_{\in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \cong \tau\omega_{mM}$ deoarece $\tau\omega_{mM} \gg 1$.

În cazul RD pentru:

$$\left. \begin{array}{l} f_{mM} = 10 \text{ kHz} \\ \tau = 75 \mu\text{s} \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_d = \frac{(75 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 10^4)^2}{3} = 7,4 \Rightarrow 8,7 \text{ dB}$$

Și la transmisiunile MA se poate aplica accentuarea-dezaccentuarea dar f_{mM} fiind mică, raportul de îmbunătățire are valori mici, nesemnificative și nu merită efortul ($\rho_{dMA} = 2 \div 3 \text{ dB}$).