

Capitolul 4

COMUNICAȚII CU MODULAȚIE NUMERICĂ

4.1 PRINCIPIUL ȘI TIPURI DE MODULAȚII NUMERICE

4.1.1 PRINCIPIUL MODULAȚIEI NUMERICE

Modulația numerică, definită în mod general în *introducere*, constă în *convertirea* informației analogice reprezentată de un semnal cu variație continuă în timp (semnalul primar), într-o secvență de caractere discrete (numere întregi) ce aparțin unui alfabet finit, și apoi *reprezentarea* acestei secvențe printr-un semnal electric (semnalul secundar). La această modulație, purtătoarea este semnalul de tact, iar parametrul controlat este codul utilizat.

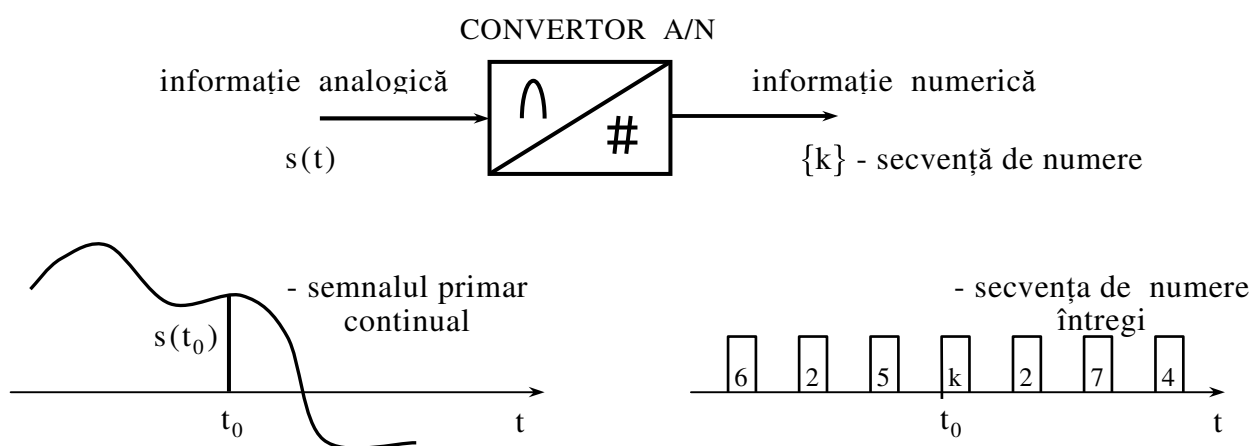


Fig. 4.1 Principiul modulației numerice.

Conversia A/N constă în două operații fundamentale: *eșantionarea* și *cuantizarea*.

1) - **Eșantionarea** este operația de transformare a semnalului continuu în timp într-o secvență discretă (într-un semnal discret). Numai valorile semnalului la anumite momente de timp discrete (nu neapărat periodice) fac obiectul conversiei. Prin eşantionare, caracteristicile semnalului analogic nu sunt alterate dacă este respectată teorema eşantionării.

În cazul eşantionării ideale,

$$s(t) \rightarrow s_e(t) = s[n] = s(nT_e) \in \mathbb{R}$$

Dacă simbolul operației de eşantionare este $\mathcal{E}\{\cdot\}$, atunci se mai poate scrie că

$$s_e(t) = \mathcal{E}\{s(t)\}$$

2) - **Cuantizarea** este operația care aproximează valoarea exactă a fiecărui eşantion al semnalului analogic prin cea mai apropiată valoare extrasă dintr-un set finit de q_k valori discrete, fiecare valoare fiind apoi asociată cu un număr întreg,

$$s[n] \rightarrow q_k \Rightarrow k, \quad k \in \overline{1, M}, \quad q_k \in Q_M,$$

unde Q_M este mulțimea finită a valorilor discrete.

Această operație constituie elementul original al modulației numerice.

Restrângerea numărului infinit de valori posibile ale eșantioanelor la o mulțime finită de numere întregi face ca o serie de detalii ale informației analogice originale să fie iremediabil pierdute. În consecință, se introduce o eroare sistematică care se manifestă ca un zgomot, numit *zgomot de cuantizare*. Acest zgomot poate fi minimizat, dar nu eliminat complet.

Secvența de numere întregi nu are suport fizic. Pentru a fi transmisă, este necesar ca ei să i se asocieze prin **codare** un semnal electric ce constituie *semnalul secundar*. Operația de codarea reprezintă procesul de modulație propriu-zis, unde purtătoarea este semnalul de tact, iar parametrul controlat este codul utilizat.

Semnalul secundar obținut în urma modulației numerice se compune dintr-o suită de *semnale elementare* de durată T_s ce corespund simbolurilor. Parametrul caracteristic (amplitudine, frecvență, fază) pentru fiecare semnal elementar rămâne constant pe durata unui simbol. Acest parametru poate lua M valori discrete și din această cauză, simbolurile sunt denumite M -are:

$M = 2$ simboluri binare,

$M = 3$ simboluri ternare etc.

Decizia (entropia maximă) corespunzătoare unui simbol M -ar este

$$D_M = \log_2 M \quad (\text{biți})$$

O mărime importantă pentru o transmisiune numerică este *debitul simbolurilor* definit ca fiind numărul mediu de simboluri transmise pe unitatea de timp, iar unitatea de măsură este **baud-ul** (Bd),

$$v_s = \frac{1}{T_s} \quad (\text{Bd})$$

Debitul de decizie corespunzător semnalului numeric cu simboluri M -are este

$$\dot{D} = \frac{D_M}{T_s} = \frac{1}{T_s} \log_2 M = v_s D_M \quad (\text{biți/s})$$

Observații

- Debitul v_s are o importanță deosebită într-o transmisiune numerică, deoarece exprimă viteza de variație fizică a parametrului semnalului și din această cauză este direct legat de lărgimea de bandă a canalului.

- Pentru același $\dot{D}$ rezultă că debitul simbolurilor v_s poate fi redus dacă M crește.

Debitul simbolurilor este maxim, $v_{s\max}$, pentru o *transmisiune binară* și numai în acest caz $v_s = \dot{D}$ (ceea ce justifică pentru acest caz utilizarea denumirii de debit binar pentru debitul de decizie).

Semnalul secundar poate fi transmis ca atare, atunci când se realizează o transmisiune în BB, sau prin intermediul unui sistem de modulație suplimentar folosind semnale purtătoare sinusoidale ca în cazul unei transmisiuni analogice.

Operațiile de bază specifice unei transmisiuni numerice, ca și blocurile funcționale care realizează aceste operații și care completează schema SCA, sunt prezentate în figura 4.2.

La recepție, prin regenerare și demodulare, secvența de numere este extrasă din semnalul transmis. Pe baza acestei secvențe se estimează eșantioanele cuantizate și apoi cu un FTJ se reconstituie replica semnalului corespunzător informației.

Datorită imperfecțiunilor canalului de comunicație, datorită zgomotului ce intervine în procesul de transmisiune și datorită zgomotului de cuantizare, apar diferențe între semnalul original și cel reconstituit. Totuși prin măsuri adecvate aceste diferențe pot fi reduse la valori acceptabile.

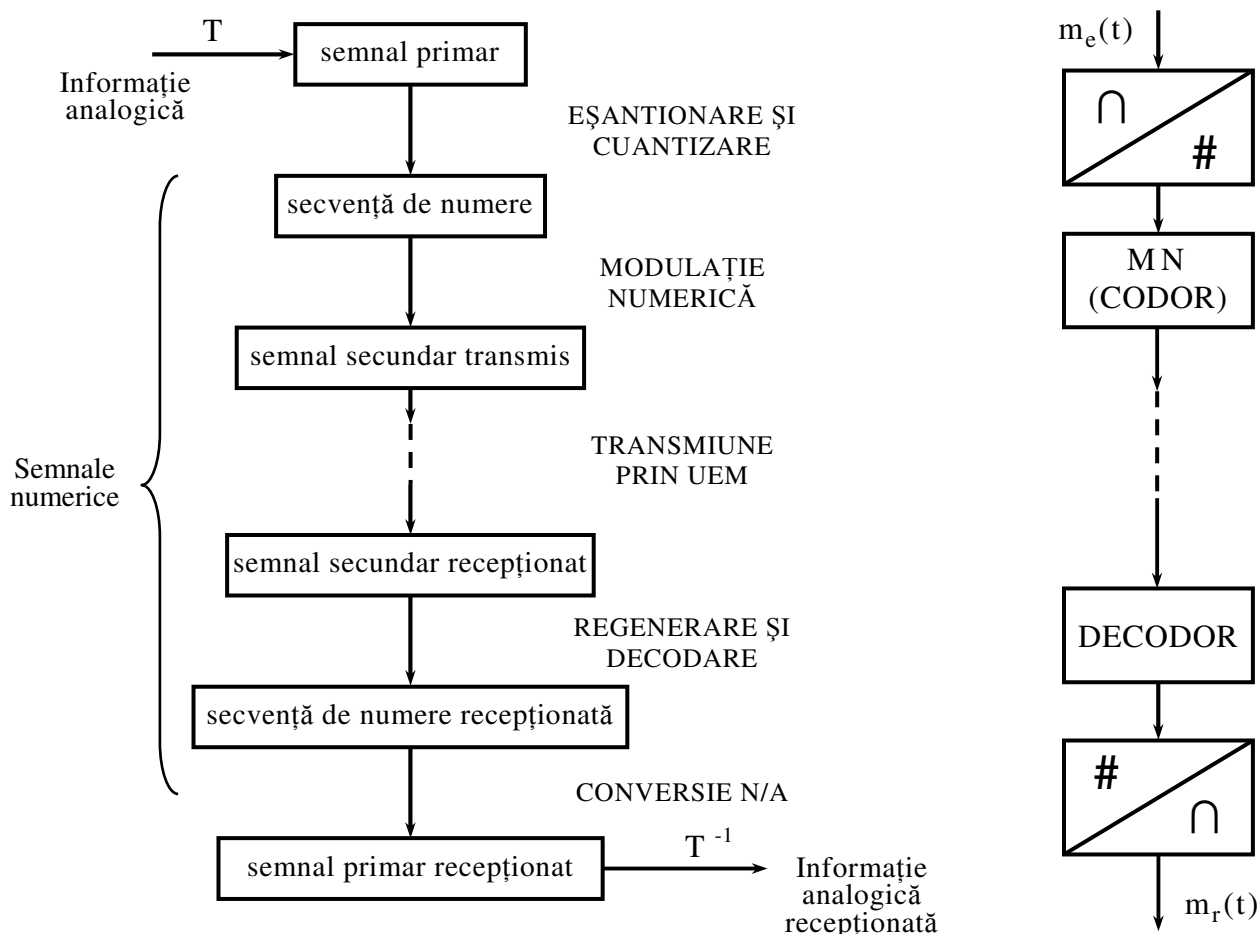


Fig. 4.2 Operațiile și blocurile funcționale caracteristice unei transmisiuni numerice.

4.1.2 TIPURI DE MODULAȚII NUMERICE

Principalele tipuri de modulații numerice sunt:

- *Modulația impulsurilor în cod* (MIC sau PCM) – care este procedeul tipic de modulație numerică și a fost brevetat de A.H. Reeves în 1938. Fiecare număr ce corespunde unui eșantion se reprezintă sub o formă codată adecvată.
- *Modulațiile numerice diferențiale* - prin care nu se mai codează valoarea fiecărui eșantion, ci diferența dintre acesta și un eșantion precedent. Din această categorie fac parte:
 - *modulația diferențială a impulsurilor în cod* (DMIC sau DPCM);
 - *modulația delta* (ΔM).
- *Modulațiile numerice adaptive* – la care corespondența dintre eșantion și cuvântul de cod se stabilește în funcție de istoria semnalului de informație.

4.2 EȘANTIONAREA

Se consideră semnalul continuu $g(t)$ de bandă limitată la ω_M ,

$$g(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} G(\omega), \quad G(\omega) = 0 \text{ pentru } |\omega| > \omega_M.$$

Operația de eșantionare constă în înlocuirea semnalului continuu $g(t)$ printr-un semnal $s_e(t)$ care are:

- valoarea instantanee a lui $g(t)$, pe timpul unor intervale foarte scurte de durată τ , care se repetă periodic cu frecvență f_e ce constituie frecvența de eșantionare;
- valoare nulă între aceste intervale.

Se poate spune că eșantionarea este rezultatul unui decupaj al semnalului $g(t)$ cu ajutorul unui întrerupător acționat periodic de o secvență de impulsuri de durată τ și perioadă $T_e = 1/f_e$.

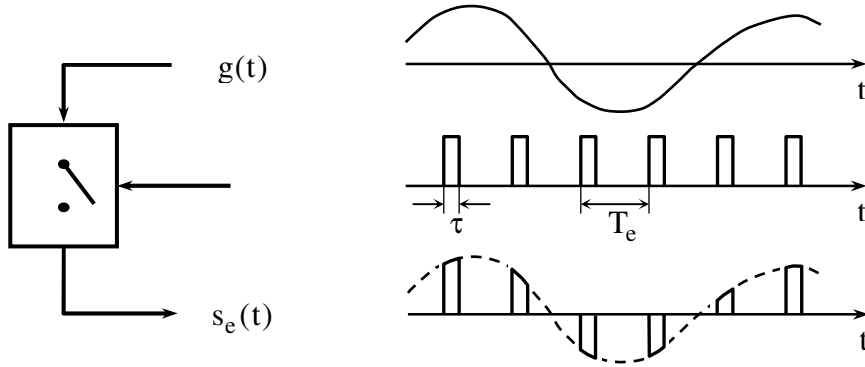


Fig. 4.3 Operația de eșantionare.

4.2.1 EȘANTIONAREA IDEALĂ

Acesta eșantionare se obține pentru $\tau \rightarrow 0$ și se poate reprezenta prin semnalul discret $\{g[n]\}$, $n \in \mathbb{Z}$, unde

$$g[n] = g(nT_e)$$

care se mai poate scrie

$$\{g[n]\}_{n \in \mathbb{Z}} = \mathcal{E}\{g(t)\}$$

Semnalul eșantionat ideal poate fi reprezentat prin modulația cu semnalul $g(t)$, a purtătoarei,

$$\delta_{T_e}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_e) = \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_e t}, \quad \omega_e = \frac{2\pi}{T_e}$$

obținându-se semnalul,

$$s_\delta(t) = \mathcal{E}_\delta\{g(t)\} = g(t) \cdot \delta_{T_e}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_e) \delta(t - nT_e) = \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t) e^{jn\omega_e t}$$

care are densitatea spectrală,

$$S_\delta(\omega) = \mathcal{F}\{s_\delta(t)\} = \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\omega - n\omega_e)$$

cu reprezentarea din figura 4.4.

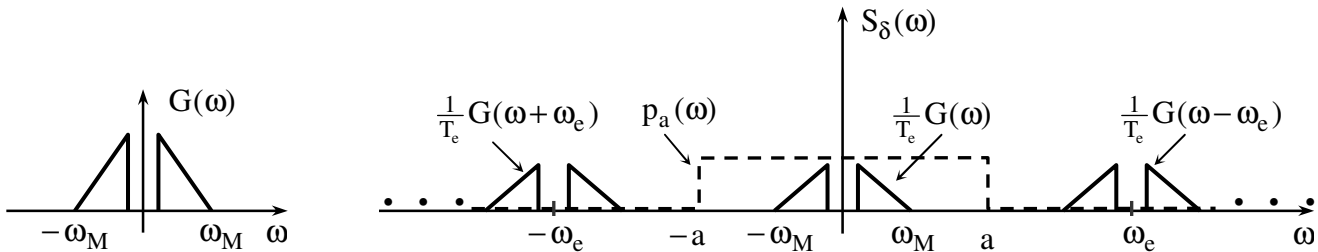


Fig. 4.4 Spectrul semnalului obținut prin eșantionare ideală.

Din această reprezentare, se remarcă posibilitatea extragerii semnalului $g(t)$ din semnalul eșantionat $s_\delta(t)$ printr-o filtrare trece jos.

Dacă

$$H_{FTJ}(\omega) = p_a(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{pentru } |\omega| < a \\ 0, & \text{pentru } |\omega| > a \end{cases} \quad (\text{FTJI})$$

atunci

$$S_\delta(\omega) \cdot p_a(\omega) = \frac{1}{T_e} G(\omega) \xleftrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \frac{1}{T_e} g(t)$$

cu condiția ca

$$\omega_M \leq a \leq \omega_e - \omega_M \Rightarrow \omega_e \geq 2\omega_M \quad (1)$$

$$\text{sau } T_e \leq \frac{1}{2f_M}$$

Ținând seama că

$$\frac{\sin at}{\pi t} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} p_a(\omega)$$

rezultă de mai sus că

$$g(t) = T_e s_\delta(t) * \frac{\sin at}{\pi t} = T_e \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_e) \delta(t - nT_e) \right) * \frac{a}{\pi} \text{sinc } at =$$

$$= T_e \frac{a}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_e) \text{sinc } a[t - nT_e]$$

adică din semnalul discret se poate reface semnalul continuu dacă este îndeplinită condiția (1) precizată mai sus.

În practică, durata eșantioanelor τ poate fi oricât de scurtă dar nu nulă, având de a face cu o *eșantionare reală*, dar nu ideală. Eșantionarea ideală are importanță numai pur teoretică.

4.2.2 EȘANTIONAREA NATURALĂ

Eșantionarea naturală corespunde modulației impulsurilor în amplitudine de tip natural (MIA-n).

Se consideră purtătoarea, numită și funcție de eșantionare,

$$p_{T_e}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_\tau(t - nT_e), \quad p_\tau(t) = \sigma(t) - \sigma(t - \tau), \quad \tau < T_e$$

$$p_\tau(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} P(\omega) = \tau e^{-j\omega \frac{\tau}{2}} \text{sinc } \frac{\omega\tau}{2}$$

care are următoarea dezvoltare în serie Fourier,

$$p_{T_e}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_e} P(n\omega_e) e^{jn\omega_e t}$$

Eșantionarea naturală a semnalului continuu $g(t)$ este

$$s_{\text{MIA-n}}(t) = \mathcal{E}_n\{g(t)\} = g(t) \cdot p_{T_e}(t)$$

Prin urmare, realizarea eșantionării naturale necesită un circuit de multiplicare și se aseamănă cu modulația analogică BLD-PS, numai că purtătoarea aici este o succesiune de impulsuri și nu o sinusoidă.

Reprezentarea în timp este dată în figura 4.5.

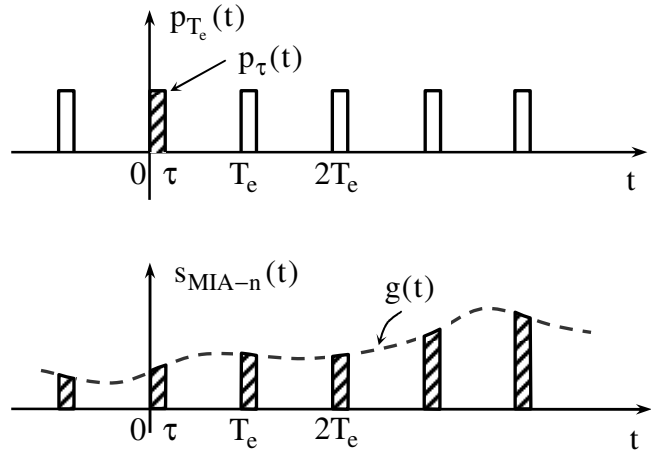


Fig. 4.5 Variația în timp a semnalului eșantionat natural.

Semnalul eșantionat natural este determinat nu numai de valorile discrete $g(nT_e)$, ci și de comportarea semnalului $g(t)$ în jurul acestei valori.

Acest semnal se mai poate scrie,

$$s_{\text{MIA-n}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_e} P(n\omega_e) g(t) e^{jn\omega_e t}$$

și are spectrul

$$S_{\text{MIA-n}}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_e} P(n\omega_e) G(\omega - n\omega_e)$$

a cărui reprezentare este dată în figura 4.6.

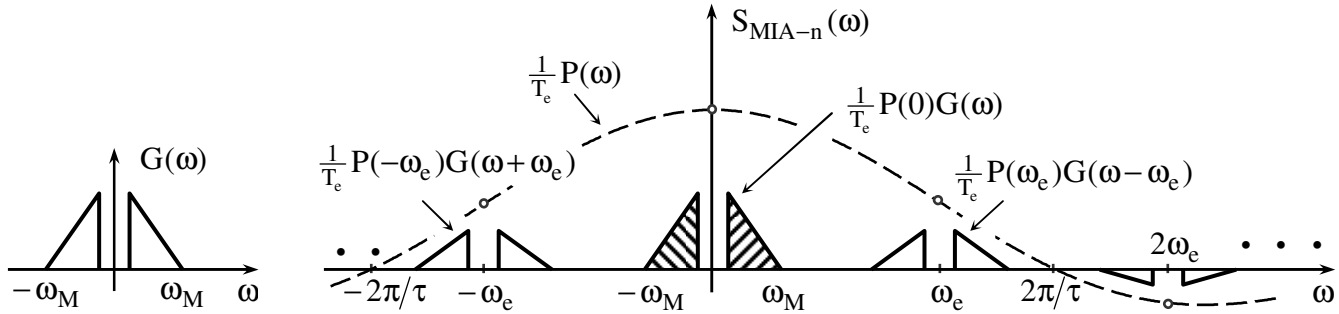


Fig. 4.6 Spectrul semnalului obținut prin eșantionare naturală.

Se remarcă că BB este prezentă în spectrul semnalului eșantionat, dar cu o amplitudine multiplicată cu factorii $P(0)/T_e = \tau/T_e$. Printr-o filtrare trece jos se poate extrage semnalul $g(t)$.

4.2.3 EȘANTIONAREA UNIFORMĂ

Eșantionarea uniformă corespunde modulației impulsurilor în amplitudine de tip uniform (MIA-u).

Cu aceeași purtătoare ca la eșantionarea naturală, eșantionarea uniformă a lui $g(t)$ este

$$s_{\text{MIA-u}}(t) = \mathcal{E}_u \{g(t)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_e) p_\tau(t - nT_e)$$

iar reprezentarea sa este cea din figura 4.7.

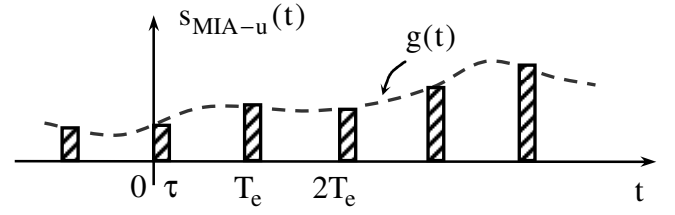


Fig. 4.7 Variația în timp a semnalului eșantionat uniform.

În acest caz, semnalul eșantionat este determinat numai de secvența discretă $g(nT_e)$.

Pentru a determina spectrul semnalului eșantionat uniform, se ține seama că se poate scrie

$$s_{MIA-u}(t) = p_\tau(t) * s_\delta(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} S_{MIA-u}(\omega) = P(\omega) \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\omega - n\omega_e)$$

având reprezentarea din figura 4.8.

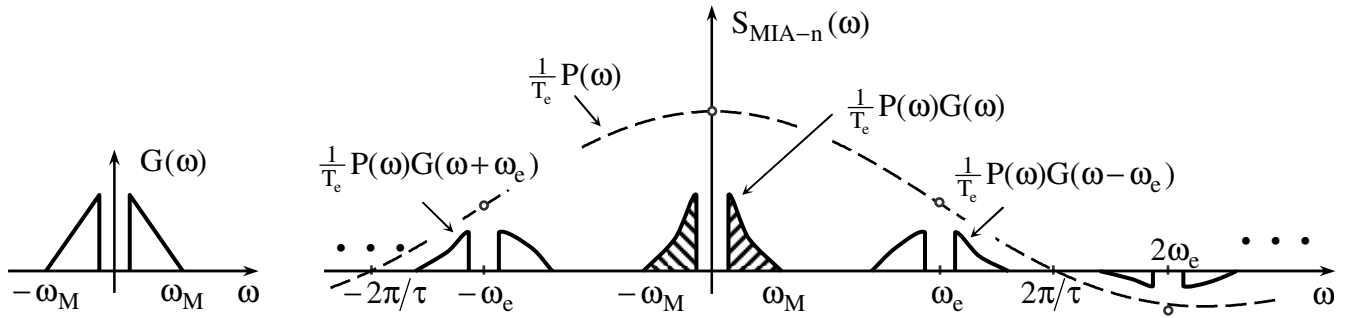


Fig. 4.8 Spectrul semnalului obținut prin eșantionare uniformă.

Cu ajutorul unui FTJ se poate extrage componenta spectrală $\frac{1}{T_e} P(\omega) G(\omega)$.

Pentru obținerea semnalului $g(t)$ este necesară o corecție cu ajutorul unui circuit având funcția,

$$H_c(\omega) = \frac{P(0)}{P(\omega)} \quad \text{pentru } |\omega| < \omega_M$$

pentru a elimina distorsiunile liniare datorită funcției sinc x.

Schema de refacere a semnalului $g(t)$ este prezentată în figura 4.9.

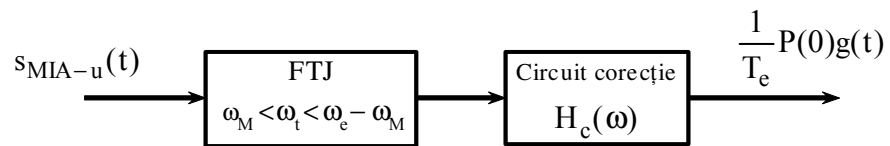


Fig. 4.9

Deoarece semnalul $s_{MIA-u}(t)$ este determinat numai de eșantioanele $g(nT_e)$, el poate fi reprezentat printr-un cod după cuantizare.

4.2.4 EȘANTIONAREA "CU MENȚINERE"

Pentru această eșantionare durata impulsurilor ce constituie purtătoare este $\tau = T_e$, adică

$$p_\tau(t) \rightarrow p_e(t) = \sigma(t) - \sigma(t - T_e) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} P_e(\omega)$$

Se obține semnalul eșantionat,

$$s_e(t) = \mathcal{E}\{g(t)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_e) p_e(t - nT_e)$$

numit și semnal în scară deoarece are forma din figura 4.10.

Fig. 4.10

Spectrul său este

$$S_e(\omega) = \frac{1}{T_e} P_e(\omega) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\omega - n\omega_e)$$

având variația prezentată în figura 4.11.

Fig. 4.11

Schema de refacere a semnalului $g(t)$ este identică cu cea de la eșantionarea uniformă, dar circuitul de corecție trebuie să aibă funcția de transfer,

$$H_c(\omega) = \frac{P_e(0)}{P_e(\omega)}$$

Distorsionarea liniară a spectrului este aici mult mai pronunțată, fiind în general inadmisibilă, de aceea corecția este necesară.

4.3 CUANTIZAREA

Cuantizarea reprezintă (așa cum s-a mai spus) aproximarea valorii instantanee exacte a unui semnal prin cea mai apropiată valoare aparținând unui set finit de M valori discrete reprezentate prin numere întregi.

Simbolizând operația de cuantizare prin operatorul $Q\{.\}$, iar operația de asociere a numerelor întregi prin $\mathcal{N}\{.\}$, atunci când

$$a_{k-1} \leq s(t) < a_k, \quad k = \overline{1, M}$$

unde $a_i \in A_{M+1}$, $i = \overline{0, M}$, iar A_{M+1} este mulțimea celor $M+1$ valori care delimitează intervalele de cuantizare, se mai poate scrie că

$$s_q(t) = Q\{s(t)\} = q_k = \frac{a_{k-1} + a_k}{2} \rightarrow k = \mathcal{N}\{q_k\},$$

situație ce corespunde concret cuantizării prin majorare.

Se deduce că fiecare număr q_k din cele M reprezintă o plajă de valori analogice numită *interval* sau *pas de cuantizare* a cărui lărgime este

$$\Delta_k = a_k - a_{k-1}, \quad k = \overline{1, M}$$

Se disting două tipuri de cuantizări:

- *cuantizarea uniformă* dacă Δ_k sunt egale, adică $\Delta_k = \Delta$;
- *cuantizarea neuniformă* dacă Δ_k nu sunt egale.

Restrângerea numărului finit de valori posibile ale eșantioanelor la o mulțime finită de numere întregi face ca o serie de detalii ale informației analogice originale să fie iremediabil pierdute. În consecință, semnalul cuantizat diferă de semnalul inițial printr-o cantitate variabilă numită *distorsiune de cuantizare*, egală cel mult cu jumătate din intervalul Δ_k în care se găsește valoarea $s(t)$, și determinată cu relația,

$$z_q(t) = s(t) - s_q(t)$$

Această distorsiune este o eroare sistematică care poate fi minimizată, dar nu eliminată complet și se manifestă ca un zgomot suprapus peste semnal. De aceea se mai numește și *zgomot de cuantizare* și este mai supărător decât distorsiunile neliniare deoarece este nearmonic. Această distorsionare mai poate fi considerată și ca o auto-perturbație.

Pentru a realiza cuantizarea, se aleg mai întâi cele M intervale care acoperă domeniul de variație acceptat al semnalului. Deoarece M și Δ_k sunt finite, rezultă că domeniul cuantizat este limitat. Dacă semnalul iese din domeniul dat de suma tuturor intervalelor Δ_k , cuantizarea are efectul unui fenomen de limitare.

Procesul de cuantizare al unui semnal neeșantionat în prealabil este reprezentat în fig. 4.12.

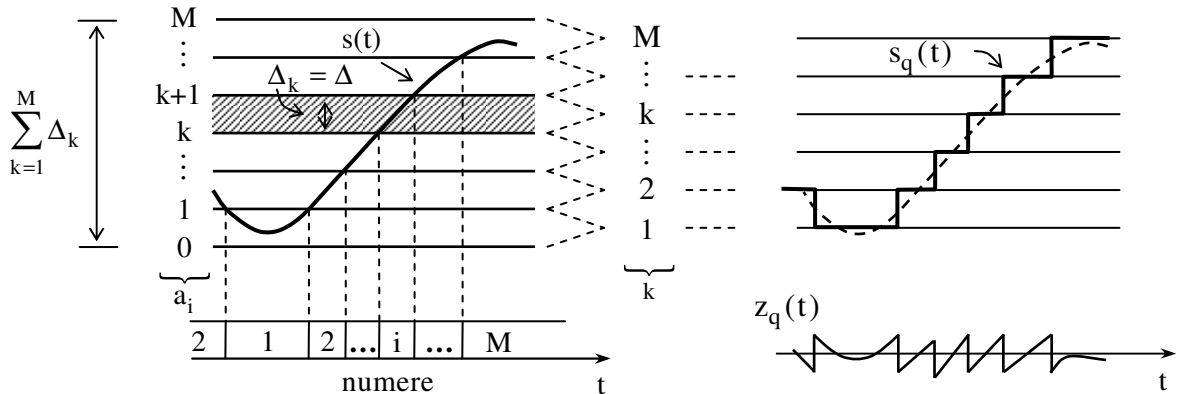


Fig. 4.12 Procesul de cuantizare al unui semnal neeșantionat.

Semnalul cuantizat trece de la valoarea i la $i+1$ sau $i-1$ atunci când semnalul $s(t)$ depășește limitele intervalului i .

Se poate spune că semnalul se și eșantionează dar la momente neechidistante. În acest caz, de la un moment la altul, se sare numai un nivel de cuantizare.

Dar cel mai adesea, cuantizarea se face pentru semnalul eșantionat cu frecvența de eșantionare $f_e = \text{ct}$. Procesul de cuantizare în acest caz este prezentat în figura 4.13. Numerele ce reprezintă eșantioanele analogice sunt transmise la intervale egale cu perioada $T_e = 1/f_e$. De această dată treptele semnalului în scară au durate egale, dar trecerea de la un eșantion la altul se poate face cu salt peste mai multe nivele de cuantizare.

În acest caz, zgomotul de cuantizare este dat de relația,

$$z_{eq}(t) = s_e(t) - s_{eq}(t)$$

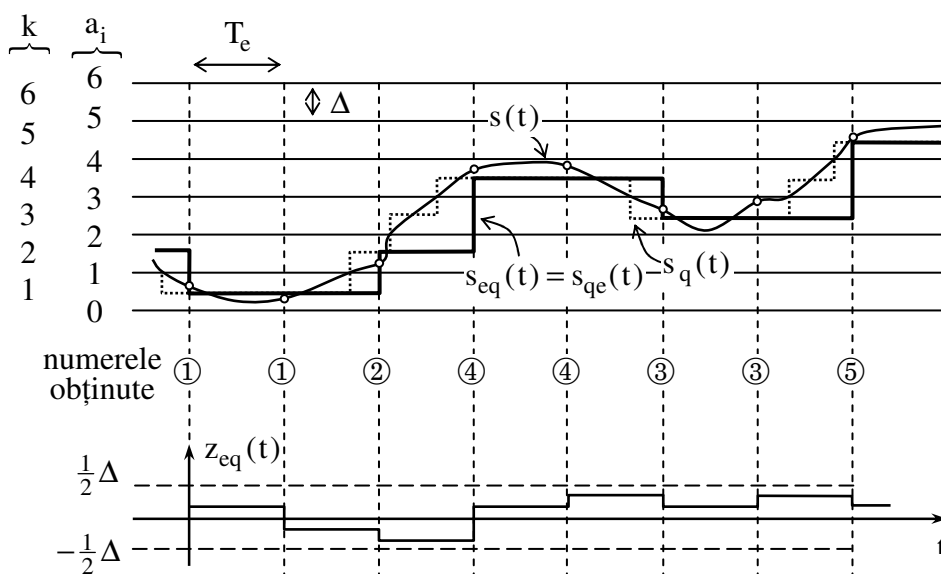
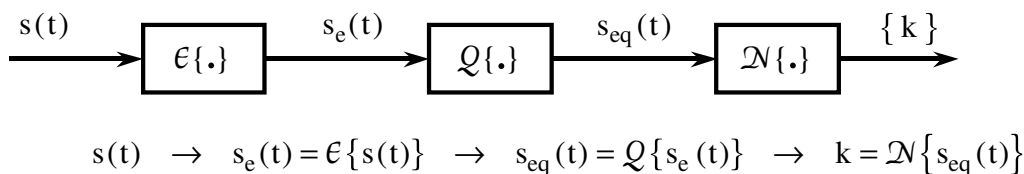


Fig. 4.13 Procesul de cuantizare a unui semnal eșantionat.

4.3.1 REALIZAREA INFORMAȚIEI NUMERICE

Funcție de ordinea în care se efectuează operațiunile de eșantionare și de cuantizare, există două variante de obținere a secvenței numerice din semnalul analogic. Reprezentarea lor este dată în figura 4.14.

Varianta 1



Varianta 2

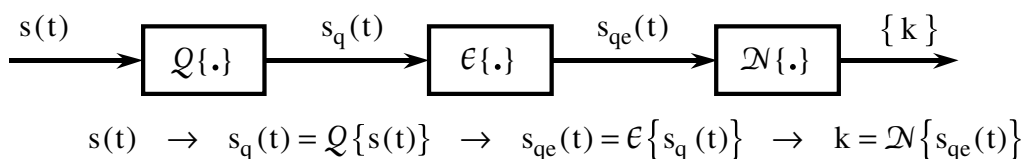


Fig. 4.14 Modalități de realizare a conversiei analog-numerice.

În figura 4.13 s-a trasat punctat și semnalul cuantizat $s_q(t)$, din care printr-o operație de eșantionare *cu menținere* pe T_e , se obține $s_{qe}(t)$. Se poate arăta că

$$s_{qe}(t) = s_{eq}(t)$$

Într-adevăr pentru $t \in [nT_e, (n+1)T_e]$ se poate scrie:

- pentru *varianta 1*:

$$s_e(t) = s(nT_e) p_e(t - nT_e), \quad \text{unde } p_e(t) = \sigma(t) - \sigma(t - T_e)$$

și dacă

$$a_{k-1} \leq s(nT_e) < a_k \Rightarrow \mathcal{Q}\{s(nT_e)\} = q_k$$

atunci

$$s_{eq}(t) = \mathcal{Q}\{s_e(t)\} = q_k p_e(t - nT_e)$$

- pentru *varianta 2*:

$$s_q(t) = \mathcal{Q}\{s(t)\}$$

și deoarece urmează o eșantionare la momentele nT_e , interesează numai valoarea la aceste momente,

$$s_q(nT_e) = \mathcal{Q}\{s(nT_e)\} = q_k$$

și se obține

$$s_{qe}(t) = \mathcal{E}\{s_q(t)\} = s_q(nT_e) p_e(t - nT_e) = q_k p_e(t - nT_e)$$

Deci

$$s_{qe}(t) = s_{eq}(t) \quad \text{sau} \quad \mathcal{Q}\{\mathcal{E}\{.\}\} = \mathcal{E}\{\mathcal{Q}\{.\}\}$$

adică operatorii $\mathcal{Q}\{.\}$ și $\mathcal{E}\{.\}$ pot comuta.

Să analizăm efectul comutării celor doi operatori asupra distorsiunii de cuantizare:

- pentru *varianta 2*: $z_q(t) = s(t) - s_q(t)$
- pentru *varianta 1*: $z_{eq}(t) = s_e(t) - s_{eq}(t) = \mathcal{E}\{s(t)\} - \mathcal{Q}\{\mathcal{E}\{s(t)\}\} =$
 $= \mathcal{E}\{s(t)\} - \mathcal{E}\{\mathcal{Q}\{s(t)\}\} = \mathcal{E}\{s(t) - s_q(t)\} = \mathcal{E}\{z_q(t)\}$

Deci, distorsiunea de cuantizare $z_{eq}(t)$ poate fi considerată ca fiind rezultatul eșantionării cu menținere pe T_e a distorsiunii de cuantizare directe (adică fără eșantionare). De aceea forma lui $z_{eq}(t)$ este în trepte față de forma lui $z_q(t)$ care este o succesiune de impulsuri aproximativ triunghiulare.

Concluzie

Operatorii $\mathcal{E}\{.\}$ și $\mathcal{Q}\{.\}$ pot fi comutați fără a influența semnalul reconstituit din secvența numerică sau distorsiunea de cuantizare.

4.3.2 CUANTIZAREA UNIFORMĂ

Operația de cuantizare este uniformă dacă $\Delta_k = \Delta = \text{ct.}$

Caracteristica de cuantizare pentru $M = 8$ are în acest caz forma din figura 4.15.

Fig. 4.15

Domeniul de cuantizare este simetric față de $u = 0$ și limitat la $\pm U_{\text{Max}} = \pm \frac{1}{2} M \Delta$ de unde rezultă:

$$\Delta = 2 \frac{U_{\text{Max}}}{M}$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= (2i - M) \frac{\Delta}{2}, \quad i \in \overline{0, M} \\ q_k &= (2k - 1 - M) \frac{\Delta}{2}, \quad k \in \overline{1, M} \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_j = a_j - \frac{\Delta}{2}, \quad j \in \overline{1, M}$$

Pentru orice valoare instantanee a semnului primar, dacă $|u(t)| \leq U_{\text{Max}}$, distorsiunea de cuantizare are o amplitudine limitată,

$$|z_q(t)| \leq \frac{1}{2} \Delta$$

iar forma sa este aproximativ în dinți de ferăstrău, cu atât mai triunghiulară cu cât intervalul de cuantizare este mai mic, adică M mai mare.

Dacă semnalul depășește limitele $\pm U_{\text{Max}}$, adică $|u(t)| > U_{\text{Max}}$, are loc o limitare la valoarea $\pm \frac{1}{2} M \Delta$, ceea ce echivalează cu trecerea semnalului printr-un limitator.

4.3.3 CUANTIZAREA NEUNIFORMĂ

La cuantizarea uniformă, deoarece intervalul de cuantizare $\Delta = ct$, eroarea de cuantizare absolută minimă este de $0,5\Delta$ pentru orice nivel al semnalului. Ca urmare raportul semnal-zgomot de cuantizare instantaneu depinde de nivelul semnalului, scăzând puternic la nivele mici,

$$\rho_q(t) = \frac{p_s(t)}{P_{zg}} = 12 \frac{u^2(t)}{\Delta^2}$$

unde: $p_s(t)$ - este putere instantanee a semnalului;

P_{zg} - putere medie a distorsiunii de cuantizare, calculată la MEE (la cuantizarea prin majorare, $\sigma_m^2 = \Delta^2/12$).

Pentru a evita acest efect supărător, trebuie variat pasul de cuantizare în funcție de nivelul semnalului, adică $\Delta = f(u)$ astfel încât Δ să scadă când u scade, sau altfel spus este necesară utilizarea cuantizării neuniformă.

a) - Cuantizarea neuniformă ideală

Condiția care se pune este

$$\rho_q(t) = ct \text{ pentru } (\forall) u(t) \Rightarrow 12 \frac{u^2(t)}{\Delta^2(u)} = ct \Rightarrow \frac{\Delta(u)}{|u(t)|} = ct$$

Această condiție este ideală deoarece conduce la $\Delta(u) \rightarrow 0$ pentru $u(t) \rightarrow 0$, ceea ce implică un număr infinit de intervale în domeniul $[-U_{Max}, U_{Max}]$.

b) - Cuantizarea cu compandor-expandor

Schema bloc este dată în figura 4.16.

Fig. 4.16

Semnalul este supus următoarelor operații:

- **Compresia** semnalului analogic, care se realizează cu ajutorul unui circuit cu caracteristică neliniară numit *compandor*. Caracteristica sa

$$u_c(t) = f(u(t))$$

este de forma prezentată în figura 4.17.

Sunt amplificate mai mult nivelele mici în comparație cu cele mari.

Fig. 4.17

Deoarece zgomotul aditiv din canalul de comunicații este independent de semnal, se realizează o mărire a raportului semnal/zgomot pentru semnale mici.

- **Transmisia numerică** a semnalului comprimat, utilizându-se cuantizarea uniformă cu pasul $\Delta_0 = ct$.

- **Extensia** semnalului transmis în punctul de recepție, care are rolul de a reface gama dinamică inițială cu ajutorul unui circuit numit *expandor* având o caracteristică reciprocă cu a compandorului,

$$u_r(t) = f^{-1}(u_{cr}(t))$$

de forma dată în figura 4.18.

Legea de compresie ideală

Fig. 4.18

Pentru a determina $f(u)$ se poate scrie,

$$\frac{f(u + \Delta_u) - f(u)}{\Delta_u} = \frac{\Delta_0}{\Delta_u} = \frac{\Delta_0}{\Delta(u)} \cong \frac{df(u)}{du}, \quad \Delta_u \triangleq \Delta(u)$$

Dar pentru legea neuniformă ideală trebuie îndeplinită condiția,

$$\frac{\Delta(u)}{|u|} = ct = \frac{1}{k} \Rightarrow \Delta(u) = \frac{|u|}{k},$$

astfel că rezultă

$$\frac{df(u)}{du} = \frac{\Delta_0 k}{|u|}, \quad \Delta_0 > 0, \quad k > 0$$

Prin integrare, pentru $u > 0$, se obține pentru compresia ideală, următoarea funcție,

$$f(u) = C + \Delta_0 k \ln u$$

Impunând

$$f(U_{\text{Max}}) = U_{\text{Max}} \Rightarrow U_{\text{Max}} = C + \Delta_0 k \ln U_{\text{Max}}$$

$$C = U_{\text{Max}} - \Delta_0 k \ln U_{\text{Max}}$$

și

$$u_c(t) = f(u) = U_{\text{Max}} + \Delta_0 k \ln \frac{u}{U_{\text{Max}}}$$

Similar, pentru $u < 0$, rezultă

$$u_c(t) = f(u) = -U_{\text{Max}} + \Delta_0 k \ln \frac{-u}{U_{\text{Max}}}$$

Fig. 4.19

Caracteristica de compresie ideală are reprezentarea din figura 4.19.

În sistemele de transmisiuni numerice reale, caracteristica ideală va fi aproximată după cum se va arăta în paragraful următor.

4.4. MODULAȚII NUMERICE

4.4.1 MODULAȚIA IMPULSURILOR ÎN COD

Modulația impulsurilor în cod (MIC) implică realizarea următoarelor trei operații:

- eșantionarea cu f_e ;
- cuantizarea, în general neuniformă cu $M = 2^p$ nivele;
- codarea, în general binară, a celor M numere.

Cele 3 operații sunt reprezentate simplificat în figura 4.20 unde cuantizarea este uniformă cu $M = 8$ și codarea binară, limitată la 3 biți.

Fig. 4.20

Viteza de transmisiune a informației este dată de numărul eșantioanelor prelevate pe

unitatea de timp, multiplicat cu cantitatea de decizie (numărul de biți pe eșantion),

$$v = f_e \cdot \lg_2 M \quad \text{biți/sec.}$$

Transmisiunile cu MIC se aplică pe larg pentru semnalele telefonice caracterizate prin:

- componente spectrale utile în banda $300 \div 3400$ Hz;
- un raport semnal/zgomot de cuantizare exprimat în dB, $10 \lg \rho_q \geq 35$ dB;
- o gama dinamică de cca 40 dB, în care să se respecte condiția de raport S / Z_q :

$$20 \lg \frac{U_{\text{Max}}}{U_{\text{min}}} \geq 40 \text{ dB}$$

Normele CCITT prevăd

- $f_e = 8 \text{ kHz} > 2f_{\text{Max}} = 6,8 \text{ kHz}$;
- cuantizarea neuniformă cu $M = 2^8 = 256$;
- legea de compresie (aviz CCITT- G 711):
 - pentru Europa - legea A
 - pentru SUA - legea μ

Cele două legi sunt apropiate din punct de vedere al efectelor, dar compandoarele și expandoarele nu sunt compatibile.

a) - Legea A de compresie

Legea de compresie ideală este aproximată de *legea A*, descrisă pentru cadranul I (fig. 4.21) de relațiile,

$$y = \begin{cases} \frac{A}{1 + \ln A} x = Cx, & \text{pentru } 0 < x \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln(Ax)}{1 + \ln A}, & \text{pentru } \frac{1}{A} < x \leq 1 \end{cases}$$

unde x și y sunt variabile normate,

$$x = \frac{u}{U_{\text{Max}}}, \quad y = \frac{u_c}{U_{\text{Max}}}$$

Se constată că la această lege (fig. 4.21), porțiunea cu variație logaritmică se racordează la origine printr-un segment liniar tangent la curba logaritmică.

Panta segmentului liniar, C , se numește *coeficient de compresie*.

Pentru a satisface condiția $10 \lg \rho_q \geq 35$ dB pentru o gamă dinamică de cca 40 dB, se alege

$$C = 16 \Rightarrow \frac{A}{1 + \ln A} = 16 \Rightarrow A = 87,6$$

La legea de compresie ideală s-a obținut,

$$\frac{df(u)}{du} = \frac{\Delta_0}{\Delta(u)}$$

de unde prin normare cu U_{Max} se determină,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta_0}{\Delta(x)} \Rightarrow \Delta(x) = \Delta_0 \frac{1}{dy/dx}$$

Se obține: $\Delta(x) = \frac{\Delta_0}{C} = ct$ - pentru partea liniară,

$\Delta(x) = \Delta_0 \frac{A}{C} x \sim x$ - pentru partea logaritmică,

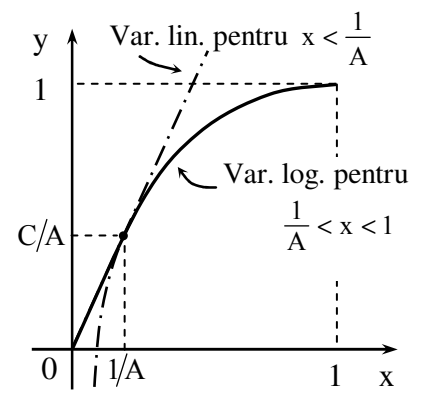


Fig. 4.21

unde

$$\Delta_0 = \frac{2U_{\text{Max}}}{M} \quad - \text{este pasul în cuantizarea uniformă.}$$

Raportul semnal/zgomot de cuantizare,

$$\rho_q(t) = 12 \frac{u^2}{\Delta^2(u)}$$

devine:

- Pentru *zona liniară* (nivele mici),

$$\rho_{qA}(t) = 12 \frac{x^2 U_{\text{Max}}^2}{\Delta^2(x)} = 12 \frac{x^2 U_{\text{Max}}^2}{\Delta_0^2} C^2 = 3M^2 C^2 x^2$$

Comparativ cu raportul semnal/zgomot cuantizare instantaneu de la cuantizarea uniformă care este

$$\rho_{qu}(t) = 12 \frac{u^2}{\Delta_0^2} = 3M^2 \frac{u^2}{U_{\text{Max}}^2} = 3M^2 x^2$$

se constată o îmbunătățire de $C^2 = 16^2 = 256$ ori, comportarea fiind ca și cum s-ar mări numărul de nivele în zona de nivele mici ale semnalului de cuantizat, de la

$$M \rightarrow MC$$

- Pentru *zona logaritmică*,

$$\rho_{qA}(t) = 12 \frac{x^2 U_{\text{Max}}^2}{\Delta^2(x)} = 12 \frac{C^2 x^2 U_{\text{Max}}^2}{A^2 \Delta_0^2 x^2} = 3 \frac{C^2}{A^2} M^2 = \text{ct}$$

La semnale telefonice, la care gama dinamică este de cca 40 dB, adică pentru $x \in [0,01, 1]$ trebuie ca

$$\rho_{qA}(t) \geq 35 \text{ dB} \Rightarrow M > 203 \text{ și se alege } M = 256,$$

pentru a avea un număr de nivele compatibil cu codarea binară (valoare stabilită de CCITT prin avizul G 711).

b) - Legea μ de compresie

Este valabilă în SUA și istoric a apărut înaintea legii A.

Aproximarea caracteristicii ideale (fig. 4.22) se face prin funcția,

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}$$

- pentru $x \ll \frac{1}{\mu} \Rightarrow$ variație liniară

- pentru $\frac{1}{\mu} \ll x < 1 \Rightarrow$ variație logaritmică

unde $\mu = 255 \Rightarrow C = \frac{\mu}{\ln(1 + \mu)} \cong 46$ panta în origine.

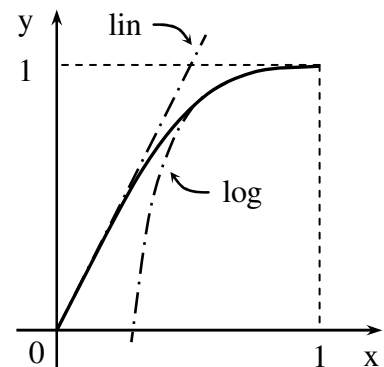


Fig. 4.22

Performanțele legii μ sunt similare cu ale legii A dar compandorul A este incompatibil cu expandorul μ și invers.

4.4.2 CODAREA

Codarea reprezintă transcrierea numerelor corespunzătoare eşantioanelor în expresii logice denumite *cuvinte de cod*. Corespondența dintre fiecare număr și cuvântul de cod asociat se face pe baza tabelului de codare (pe scurt, pe baza codului). Codarea utilizată în practică este în general binară și cuvintele au lungimea minimă, $\log_2 M$ biți.

Operațiile de cuantizare și codare se realizează în același dispozitiv numit CODOR.